

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 NOVEMBRE 1885.

PRÉSIDENTE DE M. JURIEN DE LA GRAVIERE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Observations des petites planètes, faites au grand instrument méridien de l'observatoire de Paris, pendant le troisième trimestre de l'année 1885. Communiquées par M. MOUCHEZ.*

Dates. 1885.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér.
(189) PHTHIA.					
Juill. 7....	^h 11. ^m 44. ^s 1	^h 18. ^m 48. ^s 23,00	— 11,49	104. 15'. 50",2	— 24",3
16....	11. 0. 16	18. 39. 57,89	— 12,89	104. 28. 7,0	— 27,0
(6) HÉBÉ.					
Juill. 7....	12. 23. 8	19. 27. 36,57	+ 0,44	98. 39. 42,1	+ 1,9
9....	12. 13. 24	19. 25. 43,77	+ 0,50	98. 55. 4,7	+ 1,9
10....	12. 8. 31	19. 24. 46,52	+ 0,37	99. 3. 3,8	+ 2,3
11....	12. 3. 38	19. 23. 49,23	+ 0,55	99. 11. 13,5	+ 2,1
16....	11. 39. 9	19. 18. 59,39	+ 0,58	99. 54. 37,7	+ 1,9
18....	11. 29. 22	19. 17. 3,74	+ 0,50	100. 13. 4,1	+ 1,3

(1036)

Dates. 1885.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér.
	^h ^m ^s	^h ^m ^s	^s	[°] ['] ["]	["]
Juill. 20....	11.19.36	19.15. 9,41	+ 0,57	100.32. 5,2	+ 3,1
21....	11.14.44	19.14.12,86	+ 0,61	100.41.45,1	+ 2,2
22....	11. 9.52	19.13.16,73	+ 0,51	100.51.32,1	+ 1,7
23....	11. 5. 1	19.12.21,31	+ 0,54	101. 1.26,6	+ 2,4
25....	10.55.20	19.10.32,59	+ 0,62	101.21.31,3	+ 2,2
28....	10.40.58	19. 7.55,55	+ 0,50	101.52.14,8	+ 1,8
Août 3....	10.12.37	19. 3.10,92	"	102.55. 9,2	"
6....	9.58.45	19. 1. 6,71	"	103.26.57,1	"
7....	9.54.11	19. 0.28,36	"	103.37.32,3	"
8....	9.49.39	18.59.51,79	"	103.48.16,8	"

(11) PARTHÉNOPE.

Juill. 16....	12. 9.15	19.49.10,76	+ 3,17	109.33.21,5	- 4,7
17....	12. 4.24	19.48.14,81	+ 3,39	109.38.32,9	- 4,3
18....	11.59.32	19.47.18,60	+ 3,21	109.43.45,4	- 2,8
21....	11.44.57	19.44.30,73	+ 3,20	109.59.16,1	- 2,9
22....	11.40. 5	19.43.35,11	+ 3,08	110. 4.25,1	- 2,3
23....	11.35.15	19.42.40,13	+ 3,23	110. 9.31,5	- 3,0
25....	11.25.34	19.40.51,26	+ 3,22	110.19.40,2	- 3,0
28....	11.11. 8	19.38.12,64	+ 3,17	110.34.35,9	- 3,0
Août 1....	10.52. 6	19.34.53,28	+ 3,28	110.53.48,5	- 2,0
3....	10.42.41	19.33.19,87	+ 3,20	111. 3. 2,7	- 1,4
7....	10.24. 6	19.30.28,56	+ 3,05	111.20.37,5	- 2,0

(236) HONORIE.

Juill. 20....	10.49.52	18.45.20,12	"	100.47.37,9	"
Août 3....	9.45.41	18.36.10,95	"	101.36.48,7	"
6....	9.32.29	18.34.46,12	"	101.49. 4,4	"
7....	9.28. 8	18.34.21,20	"	101.53.15,8	"
11....	9.11. 0	18.32.56,27	"	102. 9.58,8	"
12....	9. 6.47	18.32.39,22	"	102.14.22,1	"
13....	9. 2.36	18.32.23,88	"	102.18.37,8	"
14....	8.58.26	18.32. 9,99	"	102.22.56,8	"

(131) VALA (1).

Sept. 9....	11. 2.23	22.18.57,90	"	109.14.24,9	"
-------------	----------	-------------	---	-------------	---

(1) On n'a pu s'assurer si l'astre observé est bien la planète.

Dates. 1885.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér.
			(250)		
Sept. 12....	^h 11. ^m 51. ^s 31	^h 23. ^m 27. ^s 5,01	»	106.33.11,5 (1)	»
14....	11.48.58	23.25.23,50	»	106.37.28,1 (1)	»

(54) ALEXANDRA.

Sept. 16....	12. 0.46	23.45. 6,54	-18,41	75.55. 6,3	+169,9
18....	11.50.57	23.43. 8,81	-18,43	75.58.37,9	+170,8

(37) FIDES

Sept. 14....	12. 8.46	23.45.13,97	- 7,83	93. 1. 4,8	+50,1
15....	12. 3.57	23.44.20,81	- 7,84	93. 5.19,4	+50,8
16....	11.59. 8	23.43.27,51	- 7,74	93. 9.33,7	+51,0
18....	11.49.29	23.41.40,23	- 7,80	93.18. 3,6	+53,4
28....	11. 1.24	23.32.53,07	- 7,68	93.58.10,5	+50,0

(139) ÆMILIA (2).

Sept. 15....	10.45. 8	22.25.19,75	»	103.39.54,7	»
--------------	----------	-------------	---	-------------	---

» Les comparaisons de Parthénopé et d'Hébé se rapportent aux éphémérides publiées dans le *Bulletin astronomique* (t. II, juin 1885); celles de Phthia et d'Alexandra aux éphémérides publiées dans les nos 253 et 257 des circulaires du *Berliner Jahrbuch*; celle de Fides se rapporte à l'éphéméride du *Berliner Jahrbuch*.

» Les observations du mois d'août ont été faites par M. O. Callandreaux; toutes les autres, par M. P. Puiseux. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Recherches sur les fonctions du nerf de Wrisberg*; par M. VULPIAN.

« Le nerf facial naît du bulbe rachidien, chez les Mammifères, par deux racines : l'une, la plus volumineuse, est la racine motrice; l'autre, située entre le nerf acoustique et la racine motrice du facial, a été considérée comme la racine sensitive de ce nerf et elle est connue sous le nom de

(1) Observation non corrigée de la parallaxe.

(2) On n'a pu s'assurer si l'astre observé est bien la planète.

nerf de Wrisberg. Cette racine se rend au ganglion géniculé, au sortir duquel elle se fusionne avec la racine motrice pour former le tronc du nerf facial qui parcourt ensuite l'aqueduc de Fallope.

» Une partie des fibres du nerf de Wrisberg se sépare, dans cet aqueduc, du tronc du nerf facial, pour constituer la corde du tympan. Il suffit d'énoncer ce fait pour que l'on voie combien il serait inexact de considérer le nerf de Wrisberg comme exclusivement composé de fibres nerveuses sensibles. La corde du tympan, ainsi que l'ont démontré Ludwig, Cl. Bernard, Schiff, est, en effet, le nerf excito-sécréteur de la glande sous-maxillaire ; d'autre part, Cl. Bernard a découvert que l'excitation de la corde du tympan provoque la dilatation des vaisseaux de cette glande, et j'ai fait voir qu'elle exerce une action semblable sur la langue. La corde du tympan contient donc des fibres nerveuses excito-sécrétoires et des fibres vaso-dilatatrices. Elle contient aussi des fibres sensibles. On a reconnu, en effet, qu'elle est douée de sensibilité à la douleur. D'autre part, l'expérimentation et la clinique ont prouvé que la corde du tympan joue un rôle considérable dans les sensations gustatives : pour divers auteurs même, ce serait ce rameau nerveux qui serait le nerf du goût, et le nerf lingual, auquel vient s'unir la corde du tympan, ne donnerait à la langue que la sensibilité générale.

» Ainsi, le nerf de Wrisberg, dont la corde du tympan est une provenance, est à la fois nerf de sensibilité générale et de sensibilité gustative, nerf excito-sécréteur, nerf vaso-dilatateur.

» Je crois être en mesure de montrer : 1° que son intervention, comme nerf vaso-dilatateur, ne se confine pas dans la glande sous-maxillaire et dans la membrane muqueuse de la langue, mais qu'elle s'étend au voile du palais ; 2° qu'il préside, en grande partie tout au moins, à la sensibilité gustative de ce voile.

» I. Pour ce qui est de l'action vaso-dilatatrice, il suffit d'examiner, sous ce rapport, sur un chien curarisé et soumis à la respiration artificielle, les effets de la faradisation du nerf facial dans le crâne, entre le bulbe rachidien et l'entrée du conduit auditif. Si l'on excite le nerf facial dans ce point, à l'aide d'un courant faradique saccadé, d'intensité relativement faible (appareil à chariot ; pile de Grenet de moyen modèle ; bobine au fil induit, séparée du point où elle recouvre entièrement la bobine au fil inducteur par un intervalle de 0^m, 16 à 0^m, 18), on voit, en quelques secondes, se développer une forte congestion de toute la moitié correspondante de la langue, dans les deux tiers ou les trois quarts antérieurs ; la

rougeur est tout aussi vive, du même côté, sur la face inférieure de la langue, sur le plancher buccal et sur le frein de la langue ; elle s'étend à la face interne des gencives inférieures, surtout dans la région de la canine. En même temps, on peut constater une congestion très nette de la moitié correspondante du voile du palais, depuis le bord inférieur de ce voile jusqu'à 0^m,02 en arrière du bord postérieur de la voûte palatine. La rougeur s'étend ainsi plus haut que le bord supérieur de l'amygdale : la couleur de celle-ci ne se modifie pas. Toutes les fois que l'expérience a eu lieu dans de bonnes conditions, la rougeur du voile du palais n'a jamais fait défaut. La congestion ainsi provoquée est un résultat d'action vaso-dilatatrice directe ; car on l'observe avec les mêmes caractères dans les cas où l'excitation faradique porte sur le nerf facial, dans le crâne, après que l'on a détaché ce nerf du bulbe rachidien. Cette congestion est bien le fait de l'excitation du nerf facial, et non d'une transmission du courant aux nerfs voisins, c'est-à-dire au trijumeau ou à l'ensemble des nerfs glosso-pharyngien, pneumo-gastrique et spinal, car la faradisation isolée de chacun de ces nerfs, avec le même courant, ne produit jamais de congestion dans la moitié correspondante du voile du palais (1).

» Cette action vaso-dilatatrice, exercée sur le voile du palais par le nerf facial, me paraît devoir être attribuée au nerf de Wrisberg. On sait que la membrane muqueuse du voile du palais reçoit ses fibres nerveuses des nerfs palatins qui proviennent du ganglion de Meckel. Or, l'un de ces nerfs, le nerf palatin postérieur, est regardé comme le prolongement du grand nerf pétreux superficiel, et ce dernier nerf qui émane du ganglion géniculé est formé surtout, en réalité, par le nerf de Wrisberg. Le nerf de Wrisberg exerce donc une action vaso-dilatatrice sur le voile du palais.

» 2. Ce nerf intervient-il, comme nerf du goût, dans les fonctions du voile du palais ? Les auteurs ne sont pas absolument d'accord, relativement à la fonction gustative du voile du palais. Disons cependant que, si des physiologistes d'un grand mérite, au premier rang desquels on doit citer Longet, refusent au voile du palais toute sensibilité gustative, la plupart des expérimentateurs sont d'un avis contraire et admettent que ce voile membraneux possède à un certain degré ce mode de sensibilité spéciale. Pour moi, la question n'est pas douteuse ; les expériences que j'ai faites sur moi-même et sur d'autres personnes m'ont convaincu que le voile du palais peut servir

(1) Je conserve, toutefois, un certain doute pour ce qui concerne le nerf glosso-pharyngien ; mais, si ce nerf provoque une congestion du voile du palais, elle est extrêmement faible.

à reconnaître la saveur du sucre, celle du sel, celle du sulfate de quinine, etc., et cela, non seulement vers le milieu, mais encore par les parties latérales de sa face antéro-inférieure, jusqu'à une certaine distance de la ligne médiane (¹).

» Les expériences sur les animaux ne peuvent pas, on le conçoit, nous être de quelque secours dans la recherche dont il s'agit ici. Il serait déjà difficile de s'assurer, sur eux, si le voile du palais est doué de sensibilité gustative, et par conséquent tout essai tenté pour déterminer, chez eux, l'origine des fibres nerveuses qui transmettent aux centres les impressions sapides portant sur ce voile membraneux, serait condamné d'avance à donner des résultats obscurs, indécis. Il n'en est pas de même des observations faites sur certains malades. Le fait suivant me paraît très instructif sous ce rapport.

» Un des lits de mon service, à l'Hôtel-Dieu, est occupé depuis quelques jours par un homme âgé de 37 ans, paraissant d'assez forte constitution, qui s'est éveillé, un matin, il y a cinq semaines environ, avec des étourdissements, un peu de vertige et un affaiblissement notable de la motilité et de la sensibilité dans les deux membres du côté gauche. Son état ne s'est pas modifié depuis le début de la maladie. La sensibilité est affaiblie aussi dans la moitié gauche de la face; mais les muscles faciaux ont conservé toute leur énergie de ce côté, tandis que ceux du côté droit sont paralysés. Tous les plis de la peau (front et joue) sont effacés du côté droit et exagérés du côté gauche, la commissure gauche est un peu tirée en haut et en dehors, la narine gauche est entraînée aussi en dehors. L'orbiculaire des paupières du côté droit ne semble pas paralysé, ou ne l'est que très peu. Il n'y a pas de déviation de la langue lorsqu'elle est tirée hors de la bouche; la luette est très légèrement inclinée à droite.

» Ce malade est donc atteint de la variété d'hémiplégie à laquelle Gubler a donné le nom d'*hémiplégie alterne*. Les muscles de la face paralysés ne présentent pas la réaction de dégénération, à l'exception des muscles pyramidal du nez, sourcilier et frontal. La sécrétion sudorale est beaucoup plus active dans le côté gauche de la face que dans le côté droit.

» L'odorat est manifestement affaibli du côté droit; il n'y a point de différence notable entre les deux côtés pour l'ouïe. La vue est à peu près égale à droite et à gauche.

(¹) Les saveurs sont, du reste, senties moins vivement et reconnues moins promptement lorsque les impressions sont faites sur le voile du palais que lorsqu'elles ont lieu sur la face dorsale de la langue.

» La sensibilité générale de la moitié gauche de la langue, dans toute la région innervée par le lingual, est amoindrie; celle de la moitié droite est normale : au contraire, la sensibilité gustative est intacte du côté gauche et elle est affaiblie du côté droit, comme on s'en assure au moyen du sulfate de quinine pulvérulent. La face inférieure de la moitié gauche de la langue est un peu plus rouge que la région correspondante de la moitié droite de cet organe et la différence s'accentue davantage lorsqu'on met du vinaigre sur la langue ⁽¹⁾. Toutes ces particularités s'expliquent facilement à l'aide des notions que nous possédons aujourd'hui sur le rôle de la corde du tympan comme nerf gustatif et nerf vaso-dilatateur.

» La sensibilité gustative de la région de la langue, située en arrière des papilles caliciformes (région innervée par le glosso-pharyngien), paraît intacte à droite et à gauche.

» Outre les symptômes qui viennent d'être énumérés, on constate une paralysie bien marquée de la moitié droite du voile du palais. Pour peu que le malade crie, la bouche ouverte, on voit la moitié gauche du voile du palais se raccourcir fortement de bas en haut et former un pli vertical profond, à peu de distance de la ligne médiane, tandis que la moitié droite reste inerte, pendante. La voix est tout à fait nasonnée et la déglutition très embarrassée. Mais voici ce qui est intéressant au point de vue de l'origine des fibres nerveuses gustatives du voile du palais. Pendant que le malade, qui a conservé toute son intelligence, tient la bouche ouverte, j'abaisse la langue avec une cuiller, de façon à bien voir le voile du palais et je porte, à l'aide du bout non taillé d'un crayon, une petite quantité de sulfate de quinine pulvérulent sur chacun des côtés de la partie antéro-inférieure de ce voile. Le sulfate de quinine adhère au voile du palais et, au bout de quelques instants, le malade, dont la bouche est demeurée ouverte, ce qui l'empêche de parler, fait signe qu'il sent mieux du côté gauche et il profère deux sons successifs (*a-er*), pour nous indiquer que la substance est amère. La moitié gauche du voile du palais sent donc mieux la saveur amère que la moitié droite. L'expérience, répétée plusieurs fois, a toujours donné le même résultat. Le malade nous assure que la différence d'intensité de la saveur est très nette, mais que c'est le même goût qu'il ressent à droite et à gauche (il en est de même pour les deux côtés de la langue).

(1) J'ai examiné les orifices des canaux de Wharton, sur le plancher buccal, après avoir mis une goutte de vinaigre sur la langue : il m'a semblé que la sécrétion salivaire sous-maxillaire ainsi provoquée était plus abondante à gauche qu'à droite.

Pour la sensibilité générale du voile du palais, les effets sont inverses : la moitié gauche de ce voile a perdu une partie de sa sensibilité générale, tandis que, sous ce rapport, la moitié droite de ce voile est dans l'état normal. Ainsi, si l'on frotte avec un corps quelconque la moitié gauche du voile du palais, il n'y a pas production de nausée, tandis qu'il en est tout autrement si l'on frotte de la même façon la moitié droite. Le froid est beaucoup mieux senti sur cette moitié droite que sur la moitié gauche, etc.

» Les saveurs sont donc moins bien senties par le voile du palais du côté où le nerf facial est paralysé que du côté où la sensibilité générale est affaiblie. C'est donc le nerf facial qui paraît conférer, en grande partie au moins, la sensibilité gustative au voile du palais, ou plutôt c'est le nerf de Wrisberg, racine sensitive du facial.

» Une remarque encore : le frottement de la membrane muqueuse du côté gauche du voile du palais y détermine une congestion réflexe plus accusée que celle qui se manifeste du côté droit, lorsqu'on fait subir la même excitation à ce côté du voile du palais.

» En résumé, le nerf de Wrisberg, par l'intermédiaire du grand nerf pétreux superficiel, fournit au voile du palais des fibres nerveuses gustatives et des fibres nerveuses vaso-dilatatrices.

» 3. Le petit nerf pétreux superficiel, qui naît du ganglion géniculé, comme le grand nerf pétreux superficiel, provient surtout, ainsi que celui-ci, du nerf de Wrisberg. Il doit donc, suivant toute vraisemblance, posséder, dès son origine, un pouvoir vaso-dilatateur et contenir des fibres sensibles (peut-être aussi des fibres excito-sécrétoires propres, en dehors de celles que lui donne le filet anastomotique qu'il reçoit du rameau de Jacobson); mais jusqu'ici ces présomptions n'ont été l'objet d'aucune vérification expérimentale. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une nouvelle théorie de formes algébriques;*
par M. SYLVESTER.

« Si l'on imagine une fonction de dérivées différentielles (toutes d'un ordre supérieur à l'unité) de y par rapport à x , qui, sauf l'introduction d'un facteur multiple numérique, d'une puissance de $\frac{dy}{dx}$, ne change pas sa valeur quand on remplace x par y et y par x , il est évident qu'une telle fonction restera invariable (sauf l'introduction d'une constante comme facteur) quand pour x et y on substitue des fonctions linéaires quelcon-

ques, homogènes ou non homogènes de y et x . Ainsi une telle fonction conduira immédiatement à la connaissance d'un point singulier d'une courbe d'un degré quelconque. Le seul exemple d'une telle fonction, traité jusqu'à ce jour, est la simple fonction $\frac{d^2y}{dx^2}$ qui, par cette seule propriété, sans aucune autre considération, sert à démontrer l'existence d'une propriété projective de courbes dont la condition est $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$. Il nous paraît donc très utile de chercher un moyen de produire toutes les fonctions de cette espèce auxquelles nous donnerons le nom de *réciprocants purs* ou simplement *réciprocants*. On verra qu'il existe des réciproquants mixtes, c'est-à-dire contenant des puissances de $\frac{dy}{dx}$ (comme la forme bien connue de M. Schwarz, $\frac{dy}{dx} \frac{d^3y}{dx^3} - \frac{3}{2} \frac{d^2y}{dx^2} \frac{d^2y}{dx^2}$) qui possèdent la même faculté d'invariance par rapport à l'échange de y avec x , comme les réciproquants purs, mais qui évidemment ne peuvent pas indiquer l'existence de points singuliers dans les courbes.

» Nous écrirons, au lieu de $\partial_x y, \partial_x^2 y, \partial_x^3 y, \partial_x^4 y, \dots$, les lettres t, a, b, c, \dots , et pour leurs réciproques $\partial_y x, \partial_y^2 x, \partial_y^3 x, \dots$, $\tau, \alpha, \beta, \gamma, \dots$. On verra facilement que, pour que $F(t, a, b, c, \dots)$ soit un réciproquant pur, F doit être d'un degré et d'un poids constant dans les lettres de chaque terme; de plus (pour un réciproquant F d'une nature quelconque), on aura

$$F = (-1)^\theta t^{2\lambda},$$

où θ sera le plus petit nombre des lettres a, b, c, \dots dans un terme quelconque de F , et λ sera la moyenne arithmétique entre le poids et trois fois le degré de F , en comptant le poids de t, a, b, c, \dots comme étant $-1, 0, 1, 2, \dots$. Cela donne lieu à une remarque importante par rapport aux *réciprocants mixtes*: pour qu'on puisse additionner deux formes mixtes afin de former un nouveau réciproquant, il faut non seulement que le degré et le poids soient les mêmes pour tous les deux, mais aussi le caractère qui dépend de la valeur de θ et que l'on peut qualifier comme caractère pair ou impair selon la parité de θ . Ainsi, par exemple, $2tb - 3a^2$ et a^2 sont tous deux réciproquants, mais $2tb$ ne le sera pas, parce que les caractères des deux données sont contraires. Il est facile de démontrer que, si R est un réciproquant quelconque,

$$(2\tau b - 3a^2)\partial_a R + (2\tau c - 4ab)\partial_b R + (2\tau d - 4ac)\partial_c R + \dots$$

sera aussi un réciproquant de même caractère que R. Ainsi, en commençant avec le réciproquant a , on peut obtenir une suite infinie de réciproquants mixtes : ces réciproquants ainsi obtenus ne seront pas en général irréductibles ; mais, sans les réduire, leur forme fait voir immédiatement que tout réciproquant, qu'il soit pur ou mixte, peut être exprimé comme une fonction rationnelle et aussi (si l'on regarde t comme unité) entière de combinaisons *légitimes* ⁽¹⁾ de ces quantités.

» Pour obtenir tous les réciproquants purs de poids, degré et ordre (c'est-à-dire nombre de lettres) donnés, linéairement indépendants les uns des autres, on peut former une équation partielle différentielle, linéaire, où R est la variable dépendante, et a, b, c, \dots les variables indépendantes ; elle exprimera la condition nécessaire et suffisante pour que R soit un tel réciproquant et fournira un moyen sûr de résoudre le problème proposé. Voici la manière de démontrer ce théorème fondamental.

» Si, dans l'équation

$$F(a, b, c, \dots) = (-1)^0 t^{2\lambda} F(\alpha, \beta, \gamma, \dots),$$

on donne à y la variation εx , on voit que a, b, c, \dots , et conséquemment F, restent invariables. Les variations de $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ sont faciles à déterminer, et la variation de t est donnée.

» Ainsi, après quelques calculs faciles, en égalant à zéro, séparément, dans la variation de $t^{2\lambda} F(\alpha, \beta, \dots)$, les termes qui contiennent t et ceux qui ne le contiennent pas, on arrive à deux équations dont l'une sera

$$\left(3a \frac{d}{da} + 4b \frac{d}{db} + 5c \frac{d}{dc} + \dots \right) F(a, b, \dots) = 2\lambda F,$$

qui exprime la valeur numérique de λ , comme fonction du poids et du degré de F ; l'autre équation, en écrivant

$$V = 3a^2 \partial_a + 10ab \partial_b + (15ac + 10bd) \partial_c \\ + (21ad + 35bc) \partial_d + (28ae + 56bd + 35c^2) \partial_e + \dots,$$

sera

$$VR = 0.$$

» Pour voir la loi des chiffres arithmétiques dans V, formons les suites des coefficients de $(1+x)^i$ en commençant avec $i = 4$; divisons chaque

⁽¹⁾ Je nomme *légitime* une combinaison quelconque de réciproquants où l'on évite d'additionner ceux dont le poids, le degré, l'ordre et le caractère ne sont pas les mêmes pour tous.

coefficient *central* en deux parties égales, et supprimons la dernière moitié des séries numériques ainsi formées; on obtiendra ainsi la Table :

1	4	3	
1	5	10	
1	6	15	10
1	7	21	35
1	8	28	56
1	9	36	84
1	10	45	120
1	11	55	165
1	12	66	220
1	13	78	286
1	14	91	364
1	15	105	462
1	16	120	572
1	17	136	696
1	18	153	836
1	19	171	992
1	20	190	1165
1	21	210	1356
1	22	231	1565
1	23	253	1792
1	24	276	2037
1	25	300	2300
1	26	325	2581
1	27	351	2880
1	28	378	3197
1	29	406	3532
1	30	435	3885
1	31	465	4256
1	32	496	4645
1	33	528	5052
1	34	561	5477
1	35	595	5920
1	36	630	6381
1	37	666	6860
1	38	703	7357
1	39	741	7872
1	40	780	8405
1	41	820	8956
1	42	861	9525
1	43	903	10112
1	44	946	10717
1	45	990	11340
1	46	1035	11981
1	47	1081	12640
1	48	1128	13317
1	49	1176	14012
1	50	1225	14725
1	51	1275	15456
1	52	1326	16205
1	53	1378	16972
1	54	1431	17757
1	55	1485	18560
1	56	1540	19381
1	57	1596	20210
1	58	1653	21057
1	59	1711	21922
1	60	1770	22805
1	61	1830	23706
1	62	1891	24625
1	63	1953	25562
1	64	2016	26517
1	65	2080	27490
1	66	2145	28481
1	67	2211	29490
1	68	2278	30517
1	69	2346	31562
1	70	2415	32625
1	71	2485	33706
1	72	2556	34805
1	73	2627	35922
1	74	2699	37057
1	75	2772	38210
1	76	2846	39381
1	77	2921	40570
1	78	2997	41777
1	79	3074	42992
1	80	3152	44225
1	81	3231	45476
1	82	3311	46745
1	83	3392	48032
1	84	3474	49337
1	85	3557	50660
1	86	3641	51991
1	87	3726	53340
1	88	3812	54707
1	89	3900	56092
1	90	3989	57495
1	91	4079	58916
1	92	4170	60355
1	93	4262	61812
1	94	4355	63287
1	95	4449	64780
1	96	4544	66291
1	97	4640	67820
1	98	4737	69367
1	99	4835	70932
1	100	4934	72515
1	101	5034	74116
1	102	5135	75735
1	103	5237	77372
1	104	5340	79027
1	105	5444	80700
1	106	5549	82391
1	107	5655	84100
1	108	5762	85827
1	109	5870	87572
1	110	5979	89335
1	111	6089	91116
1	112	6199	92915
1	113	6310	94732
1	114	6422	96567
1	115	6535	98420
1	116	6649	100291
1	117	6764	102180
1	118	6880	104087
1	119	6997	106012
1	120	7115	107955
1	121	7234	109916
1	122	7354	111895
1	123	7475	113892
1	124	7597	115907
1	125	7720	117940
1	126	7844	119991
1	127	7969	122060
1	128	8095	124147
1	129	8222	126252
1	130	8350	128375
1	131	8479	130516
1	132	8609	132675
1	133	8740	134852
1	134	8872	137047
1	135	9005	139260
1	136	9139	141491
1	137	9274	143740
1	138	9410	146007
1	139	9547	148292
1	140	9685	150595
1	141	9824	152916
1	142	9964	155255
1	143	10105	157612
1	144	10247	160000
1	145	10390	162407
1	146	10534	164832
1	147	10679	167275
1	148	10825	169736
1	149	10972	172215
1	150	11120	174712
1	151	11269	177227
1	152	11419	179760
1	153	11570	182311
1	154	11722	184880
1	155	11875	187467
1	156	12029	190072
1	157	12184	192695
1	158	12340	195336
1	159	12497	197995
1	160	12655	200672
1	161	12814	203367
1	162	12974	206080
1	163	13135	208811
1	164	13297	211560
1	165	13460	214327
1	166	13624	217112
1	167	13789	219915
1	168	13955	222736
1	169	14122	225575
1	170	14290	228432
1	171	14459	231307
1	172	14629	234199
1	173	14800	237110
1	174	14972	240039
1	175	15145	242986
1	176	15319	245951
1	177	15494	248934
1	178	15670	251935
1	179	15847	254954
1	180	16025	257991
1	181	16204	261046
1	182	16384	264119
1	183	16565	267210
1	184	16747	270319
1	185	16930	273446
1	186	17114	276591
1	187	17299	279754
1	188	17485	282935
1	189	17672	286134
1	190	17860	289351
1	191	18050	292586
1	192	18241	295839
1	193	18433	299110
1	194	18626	302400
1	195	18820	305708
1	196	19015	309035
1	197	19211	312380
1	198	19408	315743
1	199	19606	319124
1	200	19805	322523
1	201	20006	325940
1	202	20208	329375
1	203	20411	332828
1	204	20615	336299
1	205	20820	339788
1	206	21026	343295
1	207	21233	346819
1	208	21441	350360
1	209	21650	353919
1	210	21860	357495
1	211	22071	361088
1	212	22283	364698
1	213	22496	368325
1	214	22710	371969
1	215	22925	375630
1	216	23141	379308
1	217	23358	382993
1	218	23576	386695
1	219	23795	390414
1	220	24015	394150
1	221	24236	397903
1	222	24458	401673
1	223	24681	405460
1	224	24905	409264
1	225	25130	413085
1	226	25356	416923
1	227	25583	420778
1	228	25811	424650
1	229	26040	428539
1	230	26270	432445
1	231	26501	436368
1	232	26733	440308
1	233	26966	444265
1	234	27200	448239
1	235	27435	452230
1	236	27671	456238
1	237	27908	460263
1	238	28146	464305
1	239	28385	468364
1	240	28625	472440
1	241	28866	476533
1	242	29108	480643
1	243	29351	484770
1	244	29595	488914
1	245	29840	493075
1	246	30086	497253
1	247	30333	501448
1	248	30581	505660
1	249	30830	509889
1	250	31080	514135
1	251	31331	518398
1	252	31583	522678
1	253	31836	526975
1	254	32090	531289
1	255	32345	535620
1	256	32601	539968
1	257	32858	544333
1	258	33116	548715
1	259	33375	553114
1	260	33635	557530
1	261	33896	561963
1	262	34158	566413
1	263	34421	570880
1	264	34685	575364
1	265	34950	579865
1	266	35216	584383
1	267	35483	588918
1	268	35751	593470
1	269	36020	598039
1	270	36290	602615
1	271	36561	607208
1	272	36833	611818
1	273	37106	616445
1	274	37380	621089
1	275	37655	625750
1	276	37931	630428
1	277	38208	635123
1	278	38486	639835
1	279	38765	644564
1	280	39045	649310
1	281	39326	654073
1	282	39608	658853
1	283	39891	663650
1	284	40175	668464
1	285	40460	673295
1	286	40746	678143
1	287	41033	683008
1	288	41321	687890
1	289	41610	692799
1	290	41900	697725
1	291	42191	702668
1	292	42483	707628
1	293	42776	712605
1	294	43070	717600
1	295	43365	722612
1	296	43661	727641
1	297	43958	732687
1	298	44256	737750
1	299	44555	742830
1	300	44855	747927
1	301	45156	753041
1	302	45458	758172
1	303	45761	763320
1	304	46065	768485
1	305	46370	773667
1	306	46676	778866
1	307	46983	784083
1	308	47291	789317
1	309	47600	794568
1	310	47910	799836
1	311	48221	805121
1	312	48533	810423
1	313	48846	815742
1	3		

en poursuivant le même calcul, on trouve évidemment que le Δ d'une dérivée de D d'un ordre quelconque par rapport à a, b, c, \dots sera nul.

» Donc D est nul; car, dans le cas contraire, s'il contient un terme quelconque, dont les lettres peuvent être distinctes ou identiques, en isolant une seule de ces lettres et prenant la dérivée de D par rapport à toutes les autres lettres, on aura le Δ de la lettre isolée, c'est-à-dire de $\partial_x \gamma, \partial_x^2 \gamma, \dots$, zéro quand on substitue $x + ey$ pour x , ce qui est absurde. Ainsi l'on voit que, quand $\Delta D = 0$, c'est-à-dire quand $VR = 0$, $D = 0$, ce qui était à démontrer.

» Soient ω, i, j le poids, le degré et l'ordre d'un réciproquant quelconque : de même que pour les sous-invariants, le nombre de formes linéairement indépendantes s'exprime par $(\omega, i, j) - (\omega - 1, i, j)$, où, en général, (ω, i, j) signifie le nombre de partitions de ω en i parties dont nulle n'excède j ; ainsi l'on voit que, en vertu de l'équation $VR = 0$, on aura, pour le nombre des réciproquants linéairement indépendants, la formule

$$(\omega, i, j) - (\omega - i, i + 1, j). \quad »$$

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL informe l'Académie qu'elle devra élire, dans la prochaine séance, l'un de ses Membres pour remplir, dans la Commission du prix de Linguistique fondé par *Volney*, la place laissée vacante par le décès de M. *H.-Milne Edwards*.

MÉMOIRES LUS.

PHYSIOLOGIE. — *Du sulfate de spartéine, comme médicament dynamique et régulateur du cœur.* Note de M. GERMAIN SÉE.

« La spartéine que Stenhouse découvrit en 1850 est un alcaloïde qui se trouve dans un genêt appelé *Spartium scoparium*. C'est un liquide dont la formule est $C^{15} \text{ ou } ^{13}, H^{26} Az^2$. En raison de son amertume et de son insolubilité dans l'eau, il ne pouvait pas être employé en nature; mais, à cause de son alcalinité très prononcée, il se combine avec tous les acides et forme, avec l'acide sulfurique en excès, un sel parfaitement soluble dans l'eau et cristallisable; c'est ce sel qui a été expérimenté au point de vue de son action physiologique, en 1863, par Mils, puis dix ans plus tard par Fick; en 1880 de Rymond, élève de M. Vulpian, fit, sous la direction de M. Boche-

fontaine, notre chef de laboratoire, des recherches nouvelles qui contredirent en partie celles de Fick. En 1883, je mentionnai la spartéine parmi les médicaments cardiaques. Enfin, dans ces derniers temps, les expériences furent reprises par M. Laborde qui voulut bien me faire part de l'action de cette substance sur le cœur à l'état sain.

» *Exposé des faits cliniques.* — Après avoir expérimenté sur les animaux, après avoir recherché la dose active non toxique, j'arrivai à la formule thérapeutique pour les malades atteints de maladies du cœur. Une solution aqueuse de 0^{gr}, 10 de sulfate de spartéine produisit des effets remarquables sur le cœur, sans troubler en quoi que ce soit, ni la digestion, ni le système nerveux.

» L'observation porte sur quatorze malades dont six ont été examinés et suivis au point de vue du pouls à l'aide du sphygmographe de Marey, avant l'administration du médicament, puis pendant plusieurs heures et les jours suivants. Tous les tracés que j'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie indiquent les différences considérables qui résultèrent immédiatement de l'action du médicament; ils ont tous été recueillis par le même élève dans des conditions identiques (je passe sous silence huit observations aussi concluantes).

» Deux femmes âgées étaient atteintes de la dégénération cardiaque fibreuse et atrophique la plus avancée avec oppression permanente, débilité générale, et surtout faiblesse de l'impulsion du cœur, dont les battements étaient à peine perceptibles par l'auscultation, le pouls lui-même étant à peine appréciable sous le doigt. A l'état normal une ligne verticale allongée du tracé indique l'énergie contractile du muscle cardiaque; ici cette ligne était à peine marquée. Sur la ligne de descente il existe toujours près du sommet une saillie provenant de ce que le sang, après avoir reflué vers les valvules aortiques du cœur, en revient et produit une nouvelle ondée qui soulève l'artère; le point saillant indique ce choc en retour. Chez ces deux malades il n'existait pas. Dès le lendemain, les tracés reprenaient le type normal, qui se maintint trois à quatre jours.

» Chez une autre femme atteinte d'un rétrécissement de l'ouverture de communication entre l'oreillette et le ventricule gauches il y avait des irrégularités du cœur et du pouls; elles disparurent entièrement.

» Le rythme du cœur était encore bien plus troublé chez un homme jeune atteint d'une péricardite chronique avec insuffisance des valvules destinées à fermer l'orifice dont nous avons parlé; l'agencement des pulsations redevint naturel.

» Dans un autre cas qui se rapporte à une dilatation du cœur provoquée par le rétrécissement et l'altération des artères, il existait une arythmie marquée, avec œdème et albuminurie, dépression et ralentissement du pouls; sous l'influence du sulfate de spartéine il se manifesta la régularisation du pouls, l'augmentation de l'impulsion du cœur et en même temps l'accélération de ses mouvements.

» Il nous reste à signaler un sixième cas des plus probants: il s'agit d'un asthme cardiaque avec albuminurie, le pouls présentant une dépréciation et un trouble complet; quarante minutes après l'ingestion du médicament tout était changé; la régularité et la force avaient reparu.

» *Résultats et indications thérapeutiques.* — Trois effets caractéristiques et constants ressortent de ces observations: le premier, qui est le plus important, c'est le relèvement du cœur et du pouls; sous ce rapport, il équivaut à la digitale ou à l'alcaloïde du muguet appelé *convallamarine*, et son action tonique est infiniment plus marquée, plus prompte et plus durable. Le deuxième effet c'est la régularisation immédiate du rythme cardiaque troublé; aucun médicament ne saurait lui être comparé à cet égard. Le troisième résultat, c'est l'accélération des battements qui s'impose, pour ainsi dire, dans les graves atonies avec ralentissement du cœur et, par cela même, le rapproche de la belladone. Tous ces phénomènes apparaissent au bout d'une heure ou de quelques heures au plus et se maintiennent trois à quatre jours après la suppression du médicament. Pendant ce temps, les forces augmentent et la respiration est facilitée, mais beaucoup moins bien que par l'iodure de potassium; la fonction urinaire seule ne paraît pas influencée par la dose *modérée* que nous avons employée jusqu'ici.

» Le sulfate de spartéine semble donc indiqué chaque fois que le myocarde a fléchi, soit parce qu'il a subi une altération de son tissu, soit parce qu'il est devenu insuffisant pour compenser les obstacles à la circulation. Lorsque le pouls est faible, irrégulier, arythmique, le sulfate de spartéine rétablit rapidement le type normal. Quand enfin la circulation est ralentie, le médicament paraît immédiatement obvier à ce trouble fonctionnel, tout en maintenant ou augmentant la force acquise du muscle. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

VITICULTURE. — *Action de la chaux sur les vignes atteintes du mildew.* Note de M^{me} la duchesse de FITZ-JAMES, présentée par M. Pasteur.

(Renvoi à la Commission.)

« J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie le résultat d'expériences faites sur des vignes de mon domaine de Saint-Bénézet, près de Saint-Gilles, à l'aide du lait de chaux, pour combattre le mildew.

» En juin de cette année, plusieurs petits propriétaires de la Camargue ont préservé une partie de leur récolte en dressant des gerbes de roseaux entre les souches, afin de les abriter du soleil. De cette manière ils ont pu arrêter, au moins en partie, le développement du mildew. Les vignes ainsi abritées ont conservé leurs feuilles, et le raisin a eu un degré saccharimétrique à peu près normal.

» Ce genre d'abri n'étant pas pratique, j'ai cherché un moyen plus économique et surtout plus résistant au vent : je l'ai obtenu en répandant, à de courts intervalles, plusieurs couches d'un lait de chaux sur les feuilles de souches de jacquez envahies par le mildew. Au bout de quinze jours, le mal a été circonscrit, limité aux taches antérieures à l'application de la chaux, et les taches desséchées ont laissé des trous nettement découpés sur les parties saines ⁽¹⁾.

» L'emploi de la chaux à haute dose sur les feuilles de la vigne, pour combattre le mildew, me paraît le remède le plus facilement applicable dans le midi de la France. En effet, dans cette région de l'olivier, région à laquelle cette Note s'applique exclusivement, la diffusion du sulfate de cuivre employé en dissolution, comme traitement des vignes, sera lente et irrégulière par les étés secs qui surviennent chez nous presque tous les ans. De même, le mélange de chaux et d'oxyde de cuivre, qui a réussi cette année dans le bordelais, ne recevant pas dans le Midi des pluies fréquentes, restera encore abondamment sur nos raisins avec toutes ses propriétés toxiques au moment des vendanges. L'emploi de l'eau de chaux pour combattre le mildew ne

(1) Ces faits ont été constatés à deux reprises différentes par M. Foëx, directeur de l'École d'Agriculture de Montpellier, visitant mon domaine de Saint-Bénézet avec ses élèves italiens.

présentera pas tous ces inconvénients et en aura tous les avantages, surtout pour les raisins de table, raisins précoces, dont nous produisons actuellement de grandes quantités. »

M. J. DESNOS adresse une Note relative aux insuccès qu'il a constatés dans l'emploi du procédé consistant à imprégner de sulfate de cuivre les échelas des vignes pour combattre le mildew.

(Renvoi à la Commission.)

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL rappelle qu'un Concours est ouvert, par la *Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève*, pour la meilleure monographie inédite d'un genre ou d'une famille de plantes. (Prix de *cinq cents francs*, fondé par Augustin-Pyramus de Candolle.)

Les manuscrits peuvent être rédigés en latin, français, allemand (écrit en lettres latines), anglais ou italien; ils doivent être adressés, franco, avant le 1^{er} octobre 1889, au Président de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève, à l'Athénée, Genève (Suisse).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formule d'interpolation de Lagrange.*

Note de M. BENDIXSON, présentée par M. Hermite.

« Dans son Mémoire *Sur la formule d'interpolation de Lagrange* (*Crelle's Journal*, t. 84), M. Hermite présente la formule de Lagrange sous la forme suivante

$$F_n(x) - f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_S \frac{f(z)}{x-z} \frac{(x-a_1)\dots(x-a_n)}{(z-a_1)\dots(z-a_n)} dz,$$

la fonction $f(x)$ étant uniforme et régulière à l'intérieur de l'aire S qui comprend, d'une part, a_1, \dots, a_n et, de l'autre, la quantité x .

» La fonction $F_n(x)$, définie par cette égalité, est alors, à l'égard de la variable x , un polynôme entier de degré $n-1$, et l'on a

$$F_n(a_\nu) = f(a_\nu) \quad (\nu = 1, \dots, n).$$

M. Hermite fait, de plus, la remarque que la différence entre la fonction et

le polynôme d'interpolation peut, sous certaines conditions, diminuer sans limite lorsque le nombre n va en augmentant.

» Ces observations m'ont conduit à quelques formules qui me semblent ne pas manquer d'intérêt.

» Soient $a_1, \dots, a_v, \dots, a$ tous compris à l'intérieur de S , et admettons, à l'égard de ces nombres a_1, \dots, a_v, \dots , la condition que $\lim_{v=\infty} a_v = a$, on a l'égalité

$$\lim_{n=\infty} \left[\frac{1}{2\pi i} \int_S \frac{f(z)}{x-z} \frac{(x-a_1)\dots(x-a_n)}{(z-a_1)\dots(z-a_n)} dz \right] = 0,$$

tant que $|x-a| < |z-a|$, c'est-à-dire tant que x est contenu dans un cercle ayant pour centre le point a et étant lui-même contenu à l'intérieur de S . Ces résultats nous montrent que $f(x)$ peut être mis sous la forme

$$f(x) = F_1(x) + \sum_{n=1}^{\infty} [F_{n+1}(x) - F_n(x)],$$

ce qui nous permet d'écrire

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_S \frac{f(z)}{z-a_1} dz + (x-a_1) \frac{1}{2\pi i} \int_S \frac{f(z)}{(z-a_1)(z-a_n)} dz + \dots \\ + \frac{(x-a_1)\dots(x-a_n)}{2\pi i} \int_S \frac{f(z)}{(z-a_1)\dots(z-a_{n+1})} dz + \dots,$$

formule correspondant à la série de Taylor.

» En mettant

$$\frac{1}{2\pi i} \int_S \frac{f(z)}{(z-a_1)\dots(z-a_{n+1})} dz = A_{n+1}^{(n)} \quad \text{et} \quad f(a_n) = A_n,$$

les constantes $A_{n+1}^{(n)}$ se calculent au moyen des quantités A_n par les formules suivantes :

$$A_v^{(n+1)} = \frac{A_v^{(n)} - A_{v+1}^{(n)}}{a_v - a_{v+1}}, \quad (n=0, 1, \dots),$$

en observant que $A_n^0 = A_n$.

» Ces observations nous donnent alors le théorème suivant :

» Étant données les valeurs A_1, \dots, A_v, \dots de la fonction $f(x)$ aux points a_1, \dots, a_v, \dots , $\lim_{v=\infty} a_v = a$, je puis toujours, si $f(x)$ est régulière au point a , trouver chaque valeur de la fonction dans un voisinage suffisamment petit de a

par l'égalité

$$f(x) = A_1 + A_2'(x - a_1) + A_3^2(x - a_1)(x - a_2) + \dots \\ + A_{n+1}^n(x - a_1) \dots (x - a_n) + \dots;$$

mais, à l'égard des séries de la forme

$$\sum_{v=0}^{\infty} B_v(x - a_1) \dots (x - a_v), \quad (\lim_{v=\infty} a_v = a),$$

elles sont évidemment convergentes dans un cercle de convergence à l'intérieur duquel elles sont uniformément convergentes, ce qui nous permet d'affirmer que la série $\sum_{v=0}^{\infty} A_{v-1}^v(x - a) \dots (x - a_v)$ a tout à fait le même domaine de convergence que le développement de $f(x)$ en série de Taylor au point a .

» En mettant $f(x) = \frac{1}{a - x}$, on obtient

$$\frac{1}{a - x} = \frac{1}{a - a_1} + \frac{(x - a_1)}{(a - a_1)(a - a_2)} + \dots + \frac{(x - a_1) \dots (x - a_v)}{(a - a_1) \dots (a - a_v)(a - a_{v+1})} + \dots,$$

pour $|x - a| < |a - a|$, d'où l'on déduit

$$0 = \frac{(x - a_1) \dots (x - a_{v-1})}{(a_v - a_1) \dots (a_v - a_{v-1})} + \frac{(x - a_1) \dots (x - a_{v-1})(x - a_{v+1})}{(a_v - a_1) \dots (a_v - a_{v-1})(a_v - a_{v+1})} + \dots \\ + \frac{(x - a_1) \dots (x - a_{v-1})(x - a_{v+1}) \dots (x - a_p)}{(a_v - a_1) \dots (a_v - a_{v-1})(a_v - a_{v+1}) \dots (a_v - a_p)} + \dots,$$

pour $|x - a| < |a_v - a|$.

» A l'aide de cette dernière égalité on parvient enfin au théorème suivant :

» Étant données les quantités $A_1, \dots, A_v, \dots, a_1, \dots, a_v, \dots, \lim_{v=\infty} a_v = a$, la convergence de la série

$$A_1 + A_2'(x - a_1) + A_3^2(x - a_1)(x - a_v) + \dots$$

exprime la condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait une fonction $f(x)$, régulière au point a , qui satisfait aux conditions

$$f(a_m) = A_m, \quad \dots, \quad f(a_{m+v}) = A_{m+v}, \quad \dots,$$

où m est un nombre entier suffisamment grand.

» Des résultats analogues s'obtiennent évidemment à l'égard des fonctions de plusieurs variables.

» Le développement donné ci-dessus de $\frac{1}{\alpha - x}$ donne lieu à quelques identités qui ne sont peut-être pas sans intérêt. En multipliant par $\alpha - a_1$ et en mettant $\alpha = a_1$, $a_1 = \frac{1}{b_1}$, $a_2 = -\frac{1}{b_2}$, ..., $a_v = -\frac{1}{b_v}$, ..., $\lim_{v=\infty} b_v = \infty$, on déduit aisément l'identité suivante :

$$1 = \frac{b_2}{b_1 + b_2} + \frac{b_1 b_3}{(b_1 + b_2)(b_1 + b_3)} + \dots + \frac{b_1^{v-1} b_{v+1}}{(b_1 + b_2) \dots (b_1 + b_{v+1})} + \dots$$

» La série $\sum_{v=0}^{\infty} \frac{(x - a_1) \dots (x - a_v)}{(\alpha - a_1) \dots (\alpha - a_v)(\alpha - a_{v+1})}$ étant uniformément convergente pour toutes les valeurs de x et α satisfaisant à la condition $\left| \frac{x - a}{\alpha - a} \right| \leq \varepsilon < 1$; on obtient, en formant les dérivées par rapport à α et x , les relations

$$\begin{aligned} \frac{1}{(\alpha - x)^2} &= \frac{1}{(\alpha - a_1)^2} + \frac{(x - a_1)}{(\alpha - a_1)(\alpha - a_2)} \left(\frac{1}{\alpha - a_1} + \frac{1}{\alpha - a_2} \right) + \dots \\ &+ \frac{(x - a_1) \dots (x - a_\mu)}{(\alpha - a_1) \dots (\alpha - a_{\mu+1})(\alpha - a_{\mu+1})} \left(\frac{1}{\alpha - a_1} + \dots + \frac{1}{\alpha - a_\mu} \right) + \dots \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{1}{(\alpha - x)^2} &= \frac{1}{(\alpha - a_1)(\alpha - a_2)} + \frac{(x - a_1)(x - a_2)}{(\alpha - a_1)(\alpha - a_2)(\alpha - a_3)} \left(\frac{1}{x - a_1} + \frac{1}{x - a_2} \right) + \dots \\ &+ \frac{(x - a_1) \dots (x - a_\mu)}{(\alpha - a_1) \dots (\alpha - a_{\mu+1})} \left(\frac{1}{x - a_1} + \dots + \frac{1}{x - a_\mu} \right) + \dots \end{aligned}$$

Des résultats analogues s'obtiennent pour $\frac{1}{(\alpha - x)^n}$.

» La dernière de ces égalités donne lieu à une identité analogue à celle déjà déduite, savoir :

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{b_2}{b_1 + b_2} + \frac{b_3}{(b_1 + b_2)(b_1 + b_3)} (b_1 + b_2) \\ &+ \frac{b_1 b_4}{(b_1 + b_2)(b_1 + b_3)(b_1 + b_4)} (b_1 + b_2 + b_3) + \dots \\ &+ \frac{b_1^{v-2} b_{v+1}}{(b_1 + b_2) \dots (b_1 + b_{v+1})} (b_1 + b_2 + \dots + b_\mu) + \dots, \end{aligned}$$

pour $\lim_{v=\infty} b_v = \infty$. »

MÉCANIQUE. — *Sur le théorème de Kœnig, relatif à la force vive d'un système.*

Note de M. PH. GILBERT, présentée par M. Resal.

« Ce théorème, fort connu ⁽¹⁾, consiste en ce que la force vive totale qui anime un système matériel à un instant donné se décompose en deux parties, l'une qui est égale à la masse du système multipliée par le carré de la vitesse de son centre de gravité, l'autre qui est la force vive que possède le système dans son mouvement relatif autour du centre de gravité.

» Le centre de gravité n'est pas le seul point qui jouisse de cette propriété, et le but du calcul suivant est d'assigner une loi simple qui en fournit une infinité d'autres, dans le cas où le système matériel se réduit à un corps solide.

» Soient, en général,

A une origine mobile;

Ax, Ay, Az trois axes mobiles parallèlement à eux-mêmes;

v_0 la vitesse du point A;

v la vitesse absolue

et v' la vitesse relative, par rapport au système Axyz, d'un point quelconque m du système matériel.

On a

$$\Sigma m v^2 = \Sigma m [(\nu_{0x} + \nu'_x)^2 + (\nu_{0y} + \nu'_y)^2 + (\nu_{0z} + \nu'_z)^2]$$

et, en développant et désignant par M la masse totale,

$$\Sigma m v^2 = M v_0^2 + \Sigma m v'^2 + 2 \Sigma m (\nu_{0x} \nu'_x + \nu_{0y} \nu'_y + \nu_{0z} \nu'_z).$$

Mais, si ν'_1 désigne la vitesse relative du centre de gravité du système par rapport à Axyz, cette équation peut aussi s'écrire

$$(1) \quad \Sigma m v^2 = M v_0^2 + \Sigma m v'^2 + 2 M \overline{\nu_0} \cdot \overline{\nu'_1},$$

$\overline{\nu_0} \cdot \overline{\nu'_1}$ désignant, suivant la notation de M. Resal, le produit géométrique des vitesses $\overline{\nu_0}$ et $\overline{\nu'_1}$. Pour que le dernier terme s'annule et que le point A jouisse de la propriété demandée, il faut donc et il suffit que ce produit soit nul

(1) D'après un renseignement que je dois à l'obligeance de M. Resal, il a été publié par S. Kœnig dans les *Acta Eruditorum*.

ou que la vitesse absolue de l'origine A fasse un angle droit avec la vitesse relative du centre de gravité par rapport à A.

» Supposons maintenant que le système matériel soit invariable, et soient, à un instant quelconque de son mouvement, OZ l'axe de rotation et de glissement ou *axe de Mozzi*, G le centre de gravité, A un point quelconque du corps et AI l'axe instantané relatif au point A.

» La vitesse relative \vec{v}'_1 du centre de gravité par rapport au point A n'est autre que la vitesse du point G, due à la rotation autour de l'axe AI : elle est normale au plan GAI mené par cet axe et par le centre de gravité. La vitesse \vec{v}_0 du point A est la résultante de la vitesse de *glissement* Q, suivant AI et de la vitesse $\vec{\omega}$ du point A, due à la rotation autour de OZ. D'après les propriétés des produits géométriques, on a donc

$$\overline{\vec{v}_0 \cdot \vec{v}'_1} = \overline{\vec{Q} \cdot \vec{v}'_1} + \overline{\vec{\omega} \cdot \vec{v}'_1} \quad \text{ou} \quad \overline{\vec{v}_0 \cdot \vec{v}'_1} = \overline{\vec{\omega} \cdot \vec{v}'_1},$$

car $\overline{\vec{Q} \cdot \vec{v}'_1}$ est évidemment nul. Il faut donc et il suffit, pour que le dernier terme de l'équation (1) disparaisse, que la vitesse $\vec{\omega}$ du point A, due à la rotation autour de OZ, soit normale à \vec{v}'_1 et, par suite, dirigée dans le plan GAI, d'où l'on conclut sans peine que les deux plans GAI, AOZ doivent être perpendiculaires l'un à l'autre. Le point A doit donc appartenir à l'intersection de deux plans rectangulaires, menés respectivement par OZ et par la parallèle GZ' à OZ. De là ce théorème :

» Si, à un instant quelconque du mouvement d'un solide, on décrit un cylindre circulaire droit, dont la génératrice est parallèle à l'axe de Mozzi, et dont la section droite a pour diamètre la perpendiculaire abaissée du centre de gravité sur l'axe de Mozzi, tout point A pris sur cette surface cylindrique jouira de la propriété énoncée dans le théorème de Kœnig, c'est-à-dire que la force vive totale du corps à l'instant considéré sera la somme de la force vive qu'aurait le point A si toute la masse γ était réunie, et de la force vive du corps dans son mouvement autour du point A. Il n'y a pas d'autres points du solide jouissant de cette propriété.

» On voit, en particulier, que tout point pris sur l'axe de Mozzi satisfait à cette condition, et, s'il arrive qu'un même point du corps reste constamment sur cet axe, comme cela a lieu dans un mouvement hélicoïdal fini, le théorème de Kœnig s'appliquera à ce point tout comme au centre de gravité. »

CHIMIE. — *Application de la cryoscopie à la détermination des poids moléculaires.* Note de M. F.-M. RAOULT, présentée par M. Berthelot.

« L'abaissement moléculaire de congélation T d'une substance dissoute s'obtient, comme on sait, en multipliant le poids moléculaire M de cette substance par son coefficient d'abaissement A , dans le dissolvant employé. On a donc

$$(1) \quad M = \frac{T}{A}.$$

» Le coefficient d'abaissement A s'obtient, dans chaque cas particulier, en divisant l'abaissement du point de congélation par le poids de la substance qui existe *en dissolution* dans 100^{gr} de dissolvant. Cette quantité peut, comme je l'ai montré ailleurs, être déterminée avec toute l'exactitude nécessaire, pourvu seulement que l'abaissement du point de congélation soit supérieur à 0°,5 C. Quant à l'abaissement moléculaire T , c'est une quantité qui varie d'un dissolvant à l'autre, mais qui, dans un même dissolvant, reste la même pour des groupes de composés nombreux et bien définis; elle peut donc être considérée comme connue, au moins approximativement. Il en résulte que la valeur approchée du poids moléculaire M d'une substance dissoute peut être calculée, au moyen de la formule qui précède, et servir à déterminer le choix entre deux poids moléculaires multiples l'un de l'autre. L'expérience, faite sur plus de 250 composés de toute espèce, prouve qu'en effet on obtient ainsi des résultats nets et corrects ⁽¹⁾.

» Voici quelques indications pratiques pour fixer, par cette méthode, le poids moléculaire d'une substance soluble dans l'eau, dans l'acide acétique ou dans la benzine.

» *Poids moléculaires des matières organiques.* — Si l'eau est le dissolvant employé, le poids moléculaire M de la substance organique dissoute (pourvu que ce ne soit ni un sel véritable, ni un ammonium) est désigné par la formule

$$(2) \quad M = \frac{19}{A}.$$

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, t. XCIV à CI; *Annales de Chimie et de Physique*, 5^e série, t. XXVIII; 6^e série, t. II et IV.

» Si l'acide acétique est le dissolvant employé, le poids moléculaire M de la substance organique dissoute est indiqué par la formule

$$(3) \quad M = \frac{39}{A}.$$

» Si la benzine est le dissolvant employé, et si la matière organique dissoute n'est ni un alcool, ni un phénol, ni un acide (ce dont il est facile de s'assurer), on a

$$(4) \quad M = \frac{49}{A}.$$

» Il arrive souvent qu'une même substance organique peut se dissoudre dans plus d'un de ces dissolvants. On profite de cette circonstance pour déterminer son poids moléculaire dans deux de ces liquides et se ménager ainsi un moyen de contrôle. En cas de désaccord, c'est, bien entendu, le plus faible des poids moléculaires trouvés qui doit être adopté.

» *Poids moléculaires des chlorures minéraux anhydres.* — Beaucoup de chlorures minéraux anhydres (AsCl_3 , PhCl_3 , Sn^2Cl_4 , ...) sont solubles dans l'acide acétique ou la benzine. Dans l'acide acétique, le poids moléculaire d'un chlorure anhydre est indiqué par la formule (3); dans la benzine, il est donné par la formule (4), exactement comme pour les matières organiques.

» *Poids moléculaires des composés minéraux solubles dans l'eau.* — Les poids moléculaires des acides, des bases et des sels, peuvent être déterminés directement, d'après l'abaissement du point de congélation qu'ils produisent dans l'eau; il suffit, pour cela, de s'appuyer sur les lois que j'ai établies relativement aux abaisséments moléculaires de ces différents composés dans ce liquide. Mais il est plus simple de les calculer, connaissant la basicité de l'acide et l'atomicité du métal. Voici comment on peut déterminer l'une et l'autre.

» *Détermination de la basicité d'un acide.* — Si l'on désigne par E le poids d'un sel alcalin neutre qui renferme 1^{er} de métal (savoir, 39^{gr} de potassium, 23^{gr} de sodium, etc.) et par A le coefficient d'abaissement du sel dissous dans l'eau, on a

$A \times E = 35$ si l'acide du sel alcalin est monobasique;

$A \times E = 20$ si l'acide du sel alcalin est bibasique;

$A \times E = 15$ si l'acide du sel alcalin est tribasique ou tétrabasique.

» D'après cela, pour déterminer la basicité d'un acide, on le fait passer à l'état de sel alcalin neutre, en le saturant avec de la potasse, de la soude ou même de l'ammoniaque; on détermine le coefficient d'abaissement A du sel formé, dissous dans l'eau; enfin on calcule la valeur du produit $A \times E$. Suivant que ce produit se rapproche de 35, de 20 ou de 15, on conclut que l'acide du sel est monobasique, bibasique ou tribasique.

» *Détermination de l'atomicité d'un métal.* — Si l'on désigne par E le poids d'un azotate métallique qui renferme 1^{er} d'acide, on a

$A \times E = 35$ si le métal de l'azotate est monoatomique,

$A \times E = 22,5$ si le métal de l'azotate est biatomique,

$A \times E < 22,5$ si le métal de l'azotate est polyatomique.

» Cela dit, voici comment on procède pour reconnaître l'atomicité d'un métal. On détermine la valeur du coefficient d'abaissement A de l'azotate de ce métal, dissous dans l'eau; on calcule la valeur du produit $A \times E$, et, suivant que ce produit est voisin de 35 ou de 22,5, on peut dire avec certitude si ce métal est monoatomique ou s'il ne l'est pas. Dans cette recherche, les chlorures peuvent être employés à la place des azotates, sans qu'il soit nécessaire de rien changer aux chiffres précédents.

» La basicité des acides et l'atomicité des métaux peuvent encore être déduites de l'abaissement du point de congélation, produit par les éthers et par les radicaux organométalliques, dans l'acide acétique ou dans la benzine.

» On voit, par cet exposé rapide, que la méthode cryoscopique permet de déterminer le poids moléculaire d'un corps quelconque, aussi bien de nature minérale que de nature organique, à la seule condition que ce corps, ou un de ses composés, ou un de ses dérivés par substitution, soit soluble dans l'eau, dans l'acide acétique ou dans la benzine. Elle est donc très générale; elle est, en même temps, très sûre, puisque la plupart de ses indications sont susceptibles d'être vérifiées de plusieurs manières. »

CHIMIE. — *Recherches sur l'acide hypophosphorique.* Note de M. A. JOLY, présentée par M. Debray.

« En poursuivant l'étude de diverses combinaisons des acides arsénieux et arsénique que j'ai précédemment signalées ⁽¹⁾, et parmi lesquelles s'en

(¹) *Comptes rendus*, t. C, p. 1221.

trouve une particulièrement intéressante, dont la composition est celle d'un *acide hypoarsénique* AsO^4Aq ou $\text{AsO}^3, \text{AsO}^5\text{Aq}$, j'ai été amené à étudier un acide du phosphore de composition analogue, l'*acide hypophosphorique*. On sait que, dans le liquide acide provenant de l'oxydation lente du phosphore dans l'air humide, liquide désigné tout d'abord par Pelletier sous le nom d'*acide phosphatique*, puis envisagé par Dulong comme un mélange des acides phosphoreux et phosphorique, M. Salzer a signalé, en 1877, l'existence d'un *acide hypophosphorique*



dont il a soigneusement décrit les principales combinaisons salines. Dans le cours des recherches que j'ai effectuées sur le même sujet, j'ai pu constater la parfaite exactitude des résultats annoncés par le savant chimiste allemand, et me convaincre que la facilité avec laquelle on obtient cet acide, la netteté de ses réactions et la stabilité de ses sels méritent que son étude prenne place, dans notre enseignement, à côté de celle des acides phosphoreux et phosphorique.

» Je résumerai successivement les expériences que j'ai faites sur l'oxydation lente du phosphore, la saturation de l'acide hypophosphorique par les alcalis et la baryte, et sur l'acide pur dont j'ai pu obtenir un hydrate cristallisé.

» I. J'ai préparé de grandes quantités d'acide hypophosphorique ou plutôt du mélange de cet acide avec les acides phosphoreux et phosphorique par l'oxydation lente du phosphore à l'air humide, en employant un dispositif peu différent de celui qui avait été adopté par M. Salzer. Dans un flacon de 150^{gr}, à large goulot, j'introduis deux bâtons de phosphore de 0^m,01 de diamètre et de 0^m,07 de longueur, disposés en croix, et une quantité d'eau suffisante pour que la partie inférieure des bâtons soit immergée jusqu'au-dessus de leur point de jonction et que ceux-ci n'émergent que de 0^m,01 à 0^m,02. Ces flacons sont disposés, au nombre de quinze, dans de grands cristallisoirs remplis d'eau et abandonnés dans une cave pendant un temps plus ou moins long, suivant la température ambiante. En été, alors que la température est supérieure à 15°, l'oxydation est rapide et, au bout de quarante-huit heures, les bâtons de phosphore sont coupés nettement au ras de l'eau; en hiver, par des températures inférieures à 8°, l'oxydation n'est achevée qu'au bout de trois ou quatre jours. Le liquide acide est décanté, une nouvelle quantité d'eau est introduite dans les flacons, et l'expérience poursuivie ainsi jusqu'à disparition presque complète du phosphore.

» En disposant de quarante-cinq flacons, on peut opérer sur 700^{gr} ou 800^{gr} de phosphore et oxyder, dans l'espace de quarante-huit heures, 70^{gr} à 80^{gr} de cette substance.

» M. Salzer séparait l'acide hypophosphorique en versant le liquide acide dans une dissolution saturée d'acétate de soude ; il obtenait un précipité cristallin d'un sel acide $\text{NaO}, \text{HO}, \text{PhO}^4 + 6\text{HO}$, peu soluble dans l'eau froide. Ce mode opératoire est incertain, et je lui ai substitué le suivant, qui m'a permis de préparer sans peine près de 2^{kg} d'hypophosphate acide de soude.

» Le mélange acide, porté à l'ébullition, est saturé peu à peu par du carbonate de soude sec, jusqu'à ce que quelques gouttes du liquide, étendues d'eau, cessent de faire virer au rouge l'*orangé n° 3* ; on concentre aux $\frac{2}{3}$ du volume et, par refroidissement, l'hypophosphate cristallise. On lave ce sel à l'eau froide, puis on le dissout dans une petite quantité d'eau bouillante ; le sel se dépose, par refroidissement, en magnifiques cristaux inaltérables à l'air, présentant tous les caractères du sel décrit par M. Salzer. Sa dissolution précipite en blanc par le nitrate d'argent ; le précipité se dissout dans l'acide étendu et chaud, et cristallise par le refroidissement ($2\text{AgO}, \text{PhO}^4$). Il perd facilement 6^{ea} d'eau de cristallisation à 110° et, au rouge, se transforme en métaphosphate de soude, avec dégagement d'hydrogène qui brûle avec une flamme livide.

» Dans plusieurs séries d'expériences faites en été, le rapport entre le poids du sel recueilli et le poids du sel calculé, en admettant que le phosphore ait été complètement transformé en acide hypophosphorique, a été trouvé égal à $\frac{4}{10}$ en moyenne ; ce rapport s'est élevé à $\frac{4}{7}$ ou $\frac{4}{8}$ en hiver. Ces nombres, bien que supérieurs au rendement $\frac{4}{15}$ observé par M. Salzer, sont certainement inférieurs aux rapports réels, car il est impossible de tenir compte d'un poids assez notable de sel resté dans les eaux mères.

» II. L'acide phosphorique et l'acide phosphoreux sont neutralisés, en présence de quelques gouttes d'une dissolution étendue d'*orangé n° 3*, par 1^{ea} de soude. Il était à présumer que l'acide hypophosphorique se comporterait de même, et il est facile de vérifier, en effet, que la dissolution du sel $\text{NaO}, \text{HO}, \text{PhO}^4 + 6\text{HO}$, acide au tournesol, est neutre à l'*orangé*. C'est en m'appuyant sur cette réaction, comme on l'a vu plus haut, que j'ai pu effectuer la saturation rigoureuse du mélange des trois acides et leur séparation, car, tandis que le phosphate monosodique ne cristallise qu'en liqueur sirupeuse, et que le phosphite cristallise difficilement, l'hypophosphate monosodique n'est soluble que dans 45 fois son poids d'eau froide.

» M. Salzer a décrit cinq sels de soude, dont deux sont particulièrement faciles à préparer : le sel disodique $2\text{NaO}, \text{PhO}^4 + 10\text{HO}$, et un sel sesquisodique, $3\text{NaO}, \text{HO}, 2\text{PhO}^4 + 18\text{HO}$. Le premier réagit comme un alcali libre sur la *phtaléine du phénol*; la dissolution étendue du second est colorée par ce réactif en violet pâle. Si, dans une dissolution d'hypophosphate acide, additionnée de phtaléine, on verse goutte à goutte une dissolution titrée de soude caustique, on observe que le liquide, tout d'abord incolore, prend une très légère coloration violacée dès que le poids de soude ajouté est égal à la moitié de celui qui est contenu dans le sel acide; la coloration du liquide s'accroît à mesure que l'on ajoute l'alcali et passe au rouge intense lorsqu'on a doublé le poids de soude. L'acide hypophosphorique accuse ainsi, vis-à-vis de l'*orangé n° 3* et de la *phtaléine*, des états de saturation différents, comme l'acide phosphorique et l'acide phosphoreux, mais il se distingue de ces derniers en ce qu'il est possible de saisir un troisième état intermédiaire correspondant à la formation d'un sesquihypophosphate.

» J'étudierai, dans une prochaine Communication, la préparation de l'acide hypophosphorique pur et les propriétés de son hydrate cristallisé. »

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de combustion de quelques substances de la série grasse.* Note de M. LOUGUINE, présentée par M. Berthelot.

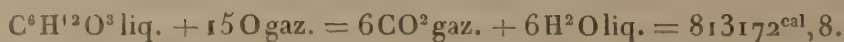
« I. J'ai étudié d'abord la chaleur de combustion de la *paraldéhyde* formée par la combinaison de 3^{mol} de $\text{C}^2\text{H}^4\text{O}$.

» Il est très difficile d'obtenir cette substance à l'état de pureté; à la distillation, elle se décompose partiellement en aldéhyde. J'avais à ma disposition 500^{gr} de paraldéhyde; par une série de congélations successives dans la glace, je parvins à en isoler une portion dont le point de fusion était à $-10^{\circ},3$ et la densité de 0,9982, nombre correspondant aux indications des auteurs qui ont étudié la paraldéhyde. Il a été dégagé, dans la combustion de 1^{gr} de cette substance (moyenne de 3 expériences variant au plus de 0,3 pour 100), 6154^{cal},3.

» Les différentes portions de paraldéhyde rejetées pour obtenir cet échantillon ont été réunies, congelées d'abord dans un mélange de glace et de sel marin, et après liquéfaction plusieurs fois encore dans de la glace pure; j'obtins ainsi une portion de substance fondant entre 10° et $10^{\circ},6$, ayant une densité égale à 0,9990, légèrement supérieure à celle de la por-

tion précédente. Il a été dégagé, dans la combustion de 1^{er} de cette substance (moyenne de 3 expériences ne différant entre elles que de 0,3 pour 100), 6166^{cal},5; nombre différant fort peu de celui qu'avait donné la première portion.

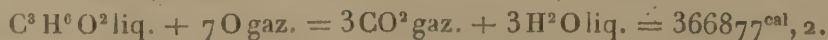
» Je crois donc pouvoir admettre que la chaleur de combustion de 1^{er} de paraldehyde est 6160^{cal},4, moyenne des nombres trouvés pour les deux échantillons étudiés : celle de 1^{mol} en grammes de cette substance se calcule par l'équation



» Or la chaleur de combustion de 5^{mol} d'aldéhyde à l'état liquide est 3 x 280000 = 240000^{cal}. Il suit de là qu'il a été dégagé, lors de la combinaison de 3^{mol} de C²H⁴O et de leur transformation en paraldehyde, + 26827^{cal}.

» II. *Acide et anhydride propionique normal.* — Il était intéressant de déterminer d'abord un des nombres se rapportant à la chaleur de combustion de la série des acides gras et de contrôler sous ce rapport les données de Favre et Silbermann; de contrôler également la chaleur de transformation de l'anhydride en acide, question qui avait été étudiée il y a quelques années par M. Berthelot et par moi dans le cas spécial de l'anhydride acétique.

» a. *Chaleur de combustion de l'acide propionique normal, purifié et analysé par moi.* — Dans la combustion de 1^{er} de cette substance, il se dégage (moyenne de trois expériences variant entre elles de 0,9 pour 100), 4957^{cal},8; pour la combustion de 1^{mol} en grammes, on a l'équation



» b. *Anhydride propionique, purifié et analysé dans mon laboratoire.* — Il se dégage dans la combustion de 1^{er} de cette substance (moyenne de trois expériences différant entre elles au plus de 0,8 pour 100), 5746^{cal},8; pour 1^{mol} en grammes, on a l'équation



» Il suit de là que, dans la réaction $\text{C}^6\text{H}^{10}\text{O}^3 + \text{H}^2\text{O} = 2\text{C}^3\text{H}^6\text{O}^2$, il a été dégagé +9330^{cal}.

» Dans des recherches précédentes, faites par M. Berthelot et par moi (*Annales de Chimie et de Physique*, 5^e série, tome VI), nous avons trouvé que la transformation de l'anhydride acétique en acide acétique étendu

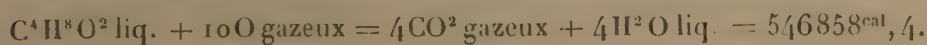
était accompagnée d'un dégagement de $+13^{\text{cal}},9$, nombre dont on peut déduire la chaleur de dissolution de l'acide acétique dans l'eau, $0^{\text{cal}},84$ pour 2^{mol} d'acide, ce qui nous ramène à $13^{\text{cal}},06$, nombre peu différent de celui que j'ai trouvé pour la transformation de l'anhydride propionique en acide.

» III. La détermination de la *chaleur de combustion de l'aldol* présentait des difficultés extrêmes, que je ne suis parvenu à vaincre qu'en partie. J'avais préparé de l'aldol en partant d'un mélange d'aldéhyde, de paraldéhyde et de métaldéhyde. Cet aldol, conservé pendant plusieurs mois, s'est transformé en paraldol solide, qui a servi de base à mes recherches. Ce paraldol a été distillé dans le vide : à une pression de $0^{\text{m}},03$, il distillait en majeure partie entre 100° et 110° ; la substance s'est légèrement échauffée immédiatement après sa distillation, pendant que je la transvasais dans une éprouvette qui a été de suite plongée dans de la glace. La substance a été comburée dans le calorimètre, à peu près deux heures après sa préparation; j'ai tâché de faire la combustion aussi vite que possible après la distillation de la substance, sachant que le travail de polymérisation de l'aldol commençait immédiatement après sa préparation.

» Dans ces conditions, il n'a pas été possible de faire l'analyse de la substance, et il a fallu se contenter des données analytiques fournies par l'expérience elle-même; la quantité de matière calculée d'après le poids de CO_2 absorbé dans les divers tubes d'absorption de l'appareil, comparée à la perte du poids de la lampe, a été trouvée supérieure à cette dernière de 0,9 pour 100. La chaleur dégagée dans la combustion de 1^{gr} de cette matière est $6218^{\text{cal}},3$.

» La substance sur laquelle cette expérience a été faite s'est considérablement épaissie du jour au lendemain; je l'ai redistillée dans le vide et j'en ai recueilli la majeure partie entre 95° et 105° à la pression de $0^{\text{m}},02$. La substance a été immédiatement plongée dans la glace, où elle est restée jusqu'à la combustion qui a été faite une heure après la préparation. Malgré ces mesures de précaution, cette fois encore, je n'ai pas pu éviter un léger échauffement de la matière. Il a été dégagé, dans la combustion de 1^{gr} de substance, $6210^{\text{cal}},2$, nombre très voisin du précédent.

» Je crois pouvoir affirmer que la chaleur dégagée dans la combustion de 1^{gr} d'aldol est assez approximativement égale à $6214^{\text{cal}},3$: pour la chaleur dégagée dans la combustion de 1^{mol} en grammes, on a l'équation



» Or la chaleur de combustion de 2^{mol} d'aldéhyde à l'état liquide est

560 000^{cal}. Il suit de là que 2^{mol} d'aldéhyde, en se combinant sans perte de matière, mais avec changement de structure, pour former de l'aldol, dégagent + 13 142^{cal}. L'aldol est isomère de l'acide butyrique, mais dans ce cas la fonction chimique des deux substances est différente; aussi y a-t-il une grande différence entre leurs chaleurs de combustion : 546 858^{cal},4 pour l'aldol et 517 779^{cal} pour l'acide isobutyrique étudié par moi.

» Des divergences aussi grandes ne se retrouvent pas entre isomères de même fonction chimique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau mode de chloruration.*

Note de MM. ALBERT COLSON et HENRI GAUTIER, présentée par M. Cahours.

« Nous allons établir : 1° que le perchlorure de phosphore permet d'introduire dans les homologues de la benzine une quantité de chlore déterminée; 2° que le chlore dégagé par le perchlorure de phosphore n'agit sur l'hydrogène benzénique qu'après s'être substitué à l'hydrogène des chaînes latérales. Ce fait est assez inattendu, car il résulte des travaux publiés par M. Merz et ses élèves que l'hydrogène du noyau benzénique est aisément remplacé par le chlore quand on attaque par les perchlorures de phosphore et d'antimoine certains composés aromatiques.

» L'étude des actions successives du perchlorure de phosphore et de l'eau sur l'éthylène paraxylénique conduisit l'un de nous à penser que la transformation de ce corps en aldéhyde tollylénique était due à la dissociation du perchlorure de phosphore ⁽¹⁾ et que, si telle était la cause première de la réaction, les carbures eux-mêmes devaient se chlorurer à la façon de l'éthylène : c'est dans le but de vérifier cette prévision que nous avons entrepris les expériences suivantes sur les méthylbenzines.

» PREMIER DEGRÉ DE CHLORURATION : *Xylènes*. — Chauffe-t-on vers 190°, en tubes scellés, 10^{cc} de l'un des xylènes et 35^{gr} de perchlorure de phosphore, au bout de deux heures, la réaction est terminée. En ouvrant les tubes avec précaution, une énorme quantité de gaz chlorhydrique se dégage; il reste dans le tube une dissolution de xylènes chlorés dans du protochlorure de phosphore. Après évaporation de ce dissolvant, la partie fixe cristallise si l'on a mis en œuvre le paraxylène; elle demeure liquide si l'on a fait usage des deux autres isomères.

» Le solide provenant de l'attaque du paraxylène cristallise dans

(¹) Voir *Comptes rendus*, décembre 1884.

l'alcool et possède les propriétés du chlorure tolylénique $C^6H^4(CH^2Cl)^2$: il fond à 100° et se transforme par saponification en glycol fusible à 113° , points de fusion indiqués par M. Grimaux. Le liquide formé dans l'attaque de l'orthoxylène est incolore quand on n'a pas dépassé la température de 200° ; il distille vers 145° sous une pression de $0^m,02$ de mercure et se prend par refroidissement en une masse qu'on purifie par compression et cristallisation dans l'éther de pétrole. Les cristaux formés sont identiques avec ceux du bichlorure orthoxylénique $C^6H^4(CH^2Cl)^2$; ils en ont la composition ⁽¹⁾ et les propriétés : ils fondent à $54^\circ,5$ et leur saponification donne naissance au glycol orthoxylénique décrit par l'un de nous ⁽²⁾.

» Pour le paraxylène et l'orthoxylène, le rendement est supérieur à la moitié du poids du carbure mis en œuvre; on l'augmente en saponifiant les eaux mères par l'eau et traitant le glycol obtenu par l'acide chlorhydrique du commerce.

» Les rendements sont moins bons avec le métaxylène; on réussit rarement à faire cristalliser le liquide résultant de l'attaque. Cependant nous avons isolé par cette méthode le dichlorure correspondant au glycol métaxylénique. Ces dérivés du métaxylène ont été étudiés dans une Note antérieure ⁽³⁾.

SECOND DEGRÉ DE CHLORURATION : *Toluène*. — En chauffant en tubes scellés, dans les conditions indiquées ci-dessus, 30^{gr} de perchlore et 7^{cc} de toluène, on transforme ce carbure en chlorure de benzylène $C^6H^5, CHCl^2$, que nous avons reconnu à son point d'ébullition, à l'analyse chimique et à sa transformation en aldéhyde benzoïque.

» *Paraxylène*. — Un mélange de $5^{cc},5$ de paraxylène et de 40^{gr} de perchlore de phosphore, chauffé à 195° pendant deux heures, fournit une quantité abondante de gaz chlorhydrique et un liquide incolore qui, chauffé au bain-marie, se résout en trichlore de phosphore et en un corps solide. Ce dernier, après compression et cristallisation dans l'éther, se présente sous l'aspect de cristaux transparents, fusibles à 93° , solubles dans leur poids environ d'éther bouillant, dans 14 parties d'éther de pétrole, dans le chloroforme, la benzine, l'alcool. Ils répondent à la formule

⁽¹⁾ Mat., 0,189; Cl, 40,37 pour 100, au lieu de 40,57.

⁽²⁾ *Comptes rendus*, juin 1884.

⁽³⁾ *Ibid.*, juillet 1884.

brute $C^8H^6Cl^4$ ⁽¹⁾ et leur constitution est représentée par le symbole $C^6H^4(CHCl^2)^2$; car, lorsqu'on chauffe ce composé avec 100 fois son poids d'eau au réfrigérant ascendant, il abandonne la totalité de son chlore et se transforme en aldéhyde téréphtalique facile à caractériser par son point d'ébullition et la coloration rouge qu'il prend au contact d'une solution alcoolique de cyanure de potassium, etc.

» *Orthoxylène.* — La préparation du tétrachlorure d'orthoxylène $C^6H^4(CHCl^2)^2$ est calquée sur celle de son isomère paraxylénique. Le dérivé de l'orthoxylène est fusible à 86° , soluble dans son poids d'éther vers 15° et dans deux fois moins d'éther bouillant; plus soluble dans l'éther de pétrole que le tétrachlorure paraxylénique, il peut aussi se dissoudre dans la benzine, le chloroforme et l'alcool.

» Comme son isomère, il perd tout son chlore au contact de l'eau bouillante. Nous n'avons pas encore isolé l'aldéhyde correspondante; cependant nous n'hésitons pas à attribuer au tétrachlorure orthoxylénique la formule $C^6H^4 \left\{ \begin{smallmatrix} CHCl^3 \\ CHCl^2 \end{smallmatrix} \right.$ et non la formule $C^6H^4 \left\{ \begin{smallmatrix} CCl^3 \\ CH^2Cl \end{smallmatrix} \right.$, parce que le dosage alcalimétrique indique qu'une molécule de ce composé fournit une quantité d'acide correspondant à quatre molécules de soude, tandis que la saponification du tétrachlorure $C^6H^4 \left\{ \begin{smallmatrix} CCl^3 \\ CH^2Cl \end{smallmatrix} \right.$ donnerait un acide



qui absorberait une cinquième molécule d'alcali.

» Les rendements obtenus dépassent le poids des xylènes employés pour les deux carbures étudiés.

» On est donc en possession d'une méthode qui permet d'introduire dans les chaînes latérales des quantités de chlore déterminées et de former des composés qu'il nous semble difficile de réaliser par un autre mode d'opération ⁽²⁾.

» Nous nous proposons de soumettre à l'action du perchlorure de phosphore d'autres carbures de la série aromatique et de la série grasse. »

		Pour 100.	Au lieu de :
(1)	Matière : 0,355	C..... 39,40	39,34
		H..... 2,47	2,46
	Matière : 0,203	Cl..... 58,34	58,20

(2) Ce travail a été fait à l'École Polytechnique, dans les laboratoires de MM. Gal et Grimaux.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence de l'alcool méthylique dans les produits de la distillation des plantes avec l'eau.* Note de M. MAQUENNE, présentée par M. Schloësing.

« Lorsqu'on chauffe une plante fraîche (200^{gr} au moins) avec de l'eau, au réfrigérant ascendant, on voit ordinairement se produire, à l'endroit où les vapeurs se condensent, des stries analogues à celles qu'on observe pendant la distillation d'un mélange d'eau et d'alcool. L'expérience a été faite sur le fusain, le lierre, le maïs, le ray-grass, l'ortie, une variété de galium, les feuilles du topinambour, du lilas, du dahlia et du vernis du Japon ; elle réussit aussi bien avec les plantes pauvres en essences volatiles qu'avec les autres ; par conséquent les feuilles abandonnent à la distillation des principes volatils différents des huiles essentielles et qui viennent se réunir, comme celles-ci, dans les premières portions du liquide distillé. J'ai pu isoler un de ces principes, le plus abondant, en opérant de la manière suivante :

» Les plantes, aussi fraîches que possible, sont distillées par fractions de 15^{kg} à 20^{kg} dans un grand alambic contenant 40^{lit} ou 50^{lit} d'eau. A chaque opération, on recueille 10^{lit} à 12^{lit} de liquides que l'on réunit et que l'on rectifie, à plusieurs reprises, à l'aide du serpentín ascendant de M. Schloësing ; on recueille chaque fois le dixième du volume traité en séparant les gouttelettes huileuses d'essence qui surnagent. On ajoute, enfin, au dernier produit, dont le volume ne doit pas dépasser 15^{cc} à 20^{cc} pour 40^{kg} de plantes, un excès de carbonate de potasse ; on voit alors se séparer à la partie supérieure une couche d'un liquide jaunâtre, soluble dans l'eau en toutes proportions, combustible avec une flamme très pâle, commençant à bouillir vers 65°, possédant enfin une odeur forte, variable avec les espèces végétales étudiées et due à une petite quantité d'essence, ainsi qu'à de l'ammoniaque dissoute. Pour purifier et déterminer ce liquide, on l'a d'abord distillé sur de l'acide phosphorique sirupeux en léger excès pour retenir l'ammoniaque, puis sur de la chaux vive en poudre ; il passe alors de 65° à 76° en moyenne ; puis on l'a éthérifié par l'iode et le phosphore ; l'iodure obtenu, lavé à la potasse et à l'eau, a enfin été rectifié une dernière fois sur le chlorure de calcium. On a toujours obtenu ainsi un produit distillant vers 44°, et dosant 88 à 89 pour 100 d'iode (procédé Carius) ; ces constantes caractérisent l'iodure de méthyle qui, à l'état de pureté, bout à 43° et titre 89,4 d'iode.

» Pour s'assurer que ces résultats sont bien dus aux plantes et non à l'eau dont on s'est servi, on a recommencé le même traitement sur 80^{lit} d'eau ordinaire ; les résultats ont été absolument négatifs ; on n'a pu que constater la production d'iodoforme signalée déjà par M. Müntz, en traitant le dernier produit par l'iode et le carbonate de potasse ⁽¹⁾, mais

(1) *Comptes rendus*, t. XCII, p. 499.

cette circonstance doit rester étrangère à la question qui nous occupe, puisque l'on sait que l'alcool méthylique ne donne pas d'iodoforme dans ces conditions.

» Voici le détail des résultats qui ont été obtenus avec les cinq plantes que j'ai pu avoir en assez grande quantité pour les soumettre au traitement qui vient d'être décrit :

» 1° *Fusain du Japon* : 15^{kg}; alcool, 2^{es} environ, distillant de 65° à 74°. Point d'ébullition de l'iodure, 43°-44°; iode, 88,8 pour 100.

» 2° *Herbe des pelouses du Jardin des Plantes* : 34^{kg}; alcool, 10^{es}, passant de 65° à 75°. Point d'ébullition de l'iodure, 43°-47° (quelques gouttes non recueillies de 47° à 62°). Iode, 88,3.

» 3° *Ortie* : 30^{es}. Pendant la dernière rectification, on a vu se produire, dans le réfrigérant, une abondante cristallisation de carbonate d'ammoniaque. Alcool, 10^{es} passant à 65°-76°. Point d'ébullition de l'iodure, 43°-45°. Iode, 89,0 pour 100.

» 4° *Lierre* : 35^g; alcool, 8^{es}, distillant de 65° à 76°. Point d'ébullition de l'iodure, 43°-45°. Iode, 88,4 pour 100. Le lierre a donné, de plus, 2^{es} d'une essence odorante, à point d'ébullition élevé et qui, après dessiccation sur le chlorure de calcium, a donné à l'analyse les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé pour (C ¹⁰ H ¹⁶)·H ² O.
Carbone.....	82,0	82,7
Hydrogène.....	11,4	11,7

L'essence de lierre est donc un hydrate de térébenthène, isomérique de terpinol.

» 5° *Maïs* : 100^{kg}. Les plantes qui ont été traitées entraient dans leur période de maturation; les tiges, pauvres en alcool, prédominaient alors de beaucoup sur les feuilles : c'est ce qui explique le faible rendement qu'on a obtenu. En outre, le liquide de l'alambic a débordé, pendant l'une des distillations, jusque dans le serpent; le produit distillé s'est alors trouvé contenir des matières organiques fixes et lorsque, le lendemain, on a procédé aux rectifications, le liquide avait déjà pris une légère odeur de produits fermentés. C'est à cet accident qu'il faut attribuer l'apparition d'alcool éthylique, que l'on n'a jamais rencontré dans une opération normale.

» Alcool, 8^{es}, distillant entre 67° et 76°. Point d'ébullition de l'iodure, 44°-71°; par fractionnement, on en sépare deux produits, passant à 44°-47° et à 65°-71°. Le premier renferme 89,1 pour 100 d'iode : c'est bien de l'iodure de méthyle; le second titre 82,9 pour 100 d'iode : c'est de l'iodure d'éthyle mélangé avec un peu de l'éther précédent (théorie pour C²H⁵I, 81,4 d'iode).

» En résumé, l'eau qui a distillé sur des plantes fraîches renferme de l'alcool méthylique, quelquefois en proportion relativement considérable, puisqu'on la voit atteindre dans l'ortie $\frac{3}{1000}$ environ du poids de la plante entière, supposée sèche. A quelle cause peut-on rapporter sa présence? Deux hypothèses sont également admissibles; ou bien l'alcool méthylique existe en nature dans les végétaux, et la distillation n'a pas d'autre effet que de l'entraîner, comme il arrive avec les essences volatiles, ou bien il se

produit pendant la distillation elle-même, aux dépens de quelque principe immédiat plus complexe.

» Dans le premier cas, sa présence offrirait un certain intérêt théorique, car elle viendrait à l'appui des idées émises autrefois par Wurtz au sujet de la formation des hydrates de carbone dans les végétaux ⁽¹⁾, mais les expériences qui précèdent ne permettent pas encore de décider la question; je me propose de les reprendre aussitôt que la saison le permettra; j'aurai alors l'honneur de communiquer à l'Académie de nouveaux résultats. »

BOTANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la gutta-percha de Bassia* (*Butyrospermum*) *Parkii*, *G. Don*, et sur sa composition chimique. Note de MM. **ED. HECKEL** et **FR. SCHLAGDENHAUFFEN**, présentée par M. A. Chatin.

« Dans une Note précédente (*Comptes rendus*, 11 mai 1885, p. 1239, n° 49), M. Heckel a fait connaître la possibilité d'obtenir de l'arbre à Karité (*Butyrospermum Parkii*, Kotschy) un latex coagulable en une gutta-percha comparable à celle du *Dichopsis gutta*, Bauth. (*Isonandra gutta*, Hooker) et l'a terminée en annonçant pour une Communication ultérieure la connaissance des propriétés physiques et de la composition chimique de ce produit, comparées à celles du latex d'*Isonandra*. Le but de la Note actuelle est de remplir cette promesse.

» La gutta de *Bassia Parkii* se présente en masses serrées, denses; elle est fibreuse et comparable, comme structure et résistance, à la gutta rouge de Bornéo. Sa densité est représentée par 0^m,976, tandis que Payen indique 0^m,975 à 0^m,980 pour la densité de la gutta commerciale. Elle s'électrise aussi facilement que la première par le frottement et peut donc, au même titre que celle-ci, servir de corps isolant.

» Elle se ramollit dans l'eau chaude de la même façon que la gutta ordinaire et devient adhésive comme elle à la température voisine de l'ébullition.

» Au point de vue chimique, il existe cependant quelques différences, car les deux produits ne se comportent pas d'une manière identique à l'égard des dissolvants. La gutta de *Bassia*, traitée par l'éther de pétrole, l'éther ordinaire, la térébenthine, l'acide acétique bouillant, cède à ces véhicules moins de principes solubles que la gutta ordinaire; en outre, les liquides

(1) Voir *Comptes rendus*, t. LXXIV.

éaporés n'abandonnent pas des produits identiques. Les résidus de la gutta de Bassia sont poisseux, tandis que ceux de la gutta commerciale constituent pour ainsi dire un vernis sec non adhésif.

» Mais l'identité est à peu près parfaite au point de vue de la solubilité dans le *sulfure de carbone*, le *chloroforme*, la *benzine*, l'*alcool froid* ou *bouillant*, ainsi que l'indique le Tableau suivant de solubilité dans les divers dissolvants :

Nature des produits.	Sulfure de carbone.	Chloroforme.	Benzine.	Éther sulfurique.	Éther de pétrole.	Essence de téré- benthine.	Acide acétique bouillant.	Alcool à 95° bouillant.
Gutta du commerce n° 1.	99,72	98,60	93,20	40,8	34,0	20	19,2	7
Gutta de Bassia	97,92	98,28	92,80	20,1	18,1	8	12,8	7

» La solubilité la plus grande des deux produits est en faveur du *sulfure de carbone* et du *chloroforme*, puis vient celle de la benzine.

» Pour compléter cette étude préliminaire, nous avons appliqué à nos divers échantillons le mode d'analyse indiqué par Payen, consistant à laisser macérer la substance dans l'alcool à 95° à froid, à la faire bouillir ensuite dans le même véhicule et à évaporer dans chacun de ces cas la partie dissoute. La première opération enlève la *fluavile*, résine jaunâtre et diaphane qui devient pâteuse à 60° et entièrement fluide à 100°. La seconde dissout l'*albane*, résine cristalline fusible seulement à 160°. La partie non dissoute après les deux opérations constitue alors la gutta.

» En appliquant le procédé aux échantillons bruts ou purifiés par le sulfure de carbone, nous n'avons pas obtenu des résultats identiques à ceux de Payen, obtenus sur la gutta de Bornéo. Les proportions de *fluavile* et d'*albane* ont toujours été inférieures à celles qui sont consignées dans le Mémoire de Payen, comme l'indique le Tableau ci-contre :

Nature des principes.	Gutta-percha de Bornéo brute.		Gutta de Bassia brute.	Guttas purifiées par le sulfure de carbone	
	N° 1.	N° 2.		du commerce n° 1.	de Bassia.
Gutta-percha...	92	91,5	91,5	92	91,5
Albane.....	6	6,5	5,5	5,8	6
Fluavile.....	2	3	3	2,2	2,5

» En chauffant les guttas jusqu'à carbonisation et incinérant le produit, on obtient des cendres qui présentent la plus grande analogie au point de vue physique.

Pour 100.

Avec 106 ^r de gutta de Bassia nous obtenons un résidu fixe de...	06 ^r , 120 soit 1,20
» de gutta commerciale	... 06 ^r , 126 1,26

» Dans le premier cas, nous trouvons que la quantité de fer, calculé sous forme de sesquioxyde anhydre, est de 0,1078 pour 100 et de 0,156 pour 100 dans le second.

» Additionnées d'un peu de carbonate de soude et calcinées à nouveau, les cendres prennent dans les deux cas une *coloration verdâtre*, ce qui indique la présence d'un peu de manganèse.

» Dissoutes dans l'acide azotique et additionnées de bioxyde de plomb, elles fournissent, après ébullition, un liquide rouge dû à la présence de l'acide permanganique, réaction qui confirme la précédente.

» La dissolution chlorhydrique des cendres précipite abondamment par le chlorure de baryum, par l'oxalate d'ammoniaque après addition d'ammoniaque : ce qui prouve que les deux résidus fixes renferment de la chaux à l'état de sulfate. Une petite quantité existe aussi à l'état de carbonate (effervescence par les acides). Elles ne contiennent pas de traces de *phosphate*, car le réactif molybdique ne produit pas de précipité ni de coloration jaune dans leur solution azotique. L'eau régale ne les dissout pas complètement; le résidu complètement blanc qui reste après ce traitement est constitué par de la *silice*.

» Enfin, lorsque, après avoir éliminé le fer et la chaux, on évapore le résidu et qu'on le redissout dans un peu d'acide chlorhydrique, on distingue dans la solution acide, à l'examen spectroscopique, et d'une manière très manifeste, les raies du *sodium*, du *potassium* et du *lithium*.

» De l'ensemble de ces résultats il est permis de conclure à l'identité approchée de deux produits. Néanmoins, pour justifier cette manière de voir, il fallait encore la consécration expérimentale.

» Un ouvrier qui ne s'occupe durant toute l'année que de la confection des moules pour la galvanoplastie a bien voulu, avec l'autorisation de M. le Directeur de la grande imprimerie Berger-Levrault (de Nancy), en faire l'essai. Il en résulte que la gutta de *Bassia* se laisse malaxer dans l'eau avec la même facilité que les échantillons types du commerce, et en second lieu que les moules obtenus ne le cèdent en rien à ceux que l'on prépare avec les meilleures guttas de Paris.

» L'avenir de la gutta de *Bassia Parkii* pour les emplois industriels semble donc assuré, et si nous nous en rapportons à certains renseignements qu'a bien voulu nous transmettre M. Daruty, le savant et zélé Président de la Société d'acclimatation de l'île Maurice (Mascareignes), il y a lieu de supposer que d'autres *Bassia*, notamment *Bassia longifolia*, sont capables de donner un bon produit. Il reste à savoir si le latex sera suffisamment abondant pour une exploitation bien rémunératrice et si les difficultés d'exploitation et d'extraction seront facilement vaincues. »

ANATOMIE. — *De la prétendue circulation dans les cellules ganglionnaires.*
 Note de M. W. VIGNAL, présentée par M. Vulpian.

« On sait que, lorsqu'on injecte le système vasculaire d'un animal, en employant une pression supérieure à celle du sang à l'état normal, on détermine des extravasations de la masse injectée. Ces extravasations se répandent entre les éléments, les compriment, les déforment et créent des apparences bizarres, qui ont été quelquefois décrites comme normales; d'autrefois la masse, après s'être répandue dans le tissu conjonctif diffus, pénètre de là dans les vaisseaux lymphatiques.

» Lorsque la matière colorante de la masse injectée est une substance non colloïde, telle que le bleu de Prusse rendu soluble par l'acide oxalique, des couleurs dérivées de l'aniline, le carmin ammoniacal, etc., la matière colorante, outre l'extravasation qui se produit lorsque la paroi des vaisseaux est rompue, passe presque toujours à travers celle-ci par diffusion, obéissant ainsi aux lois que Graham a établies. Elle colore alors les éléments environnants, surtout les noyaux des cellules, qui possèdent, comme on le sait, une affinité spéciale pour la grande majorité des matières colorantes. Lorsque l'injection a été poussée avec un excès de pression, l'extravasation, comme bien on le pense, vient augmenter et compliquer les effets de la diffusion.

» C'est ce qui m'a semblé devoir être arrivé à M. Adamkiewicz (¹), lorsque j'ai lu la Note qu'il a présentée à l'Académie sur la *Circulation dans les cellules ganglionnaires*, et dans laquelle il décrit une sorte de sinus artériel autour des cellules ganglionnaires et un second sinus veineux à la place du noyau, dans l'intérieur de celles-ci. Cependant, je n'ai point voulu me fier aux connaissances acquises et à ce que mon expérience personnelle m'avait fait connaître, pour affirmer que M. Adamkiewicz eût donné une explication erronée de ce qu'il avait vu : j'ai voulu m'adresser de nouveau à l'expérimentation.

» Dans ce but, j'ai injecté en entier le système vasculaire de deux lapins, en prenant toutes les précautions usitées pour réussir, précautions que je crois inutile d'indiquer ici, car on les trouve exposées au long dans le *Traité technique d'Histologie* de M. Ranvier. J'ai employé, pour ces deux injections, une masse formée par quatre parties de gélatine dissoutes dans

(¹) ADAMKIEWICZ, *Comptes rendus*, p. 826; 26 octobre 1885.

100 de matière colorante. La matière colorante de la première injection était une substance colloïde, par conséquent non diffusible, formée par du bleu de Prusse soluble dans l'eau, préparé suivant le procédé de M. Ranvier (*Traité technique*, p. 120); la matière colorante de la seconde était du carminate d'ammoniaque, légèrement ammoniacal, c'est-à-dire une substance diffusible. Ces deux masses étaient absolument homogènes et très fluides à 37°; elles pouvaient pénétrer dans n'importe quel vaisseau : il me suffira de dire qu'elles avaient été filtrées à chaud à travers du papier Berzelius.

» L'examen des coupes des ganglions intervertébraux du premier de ces deux animaux montre leur aspect bien connu, c'est-à-dire qu'on voit, sur les racines postérieures, en dedans de l'enveloppe du ganglion, des groupes de cellules ganglionnaires situées sur les côtés des fibres nerveuses de la racine; entre ces cellules et logé dans le tissu conjonctif, on aperçoit un assez riche réseau capillaire, dont les mailles enveloppent les globes ganglionnaires.

» L'examen des coupes des ganglions intervertébraux du second lapin (celui qui avait été injecté avec une masse carminée, diffusible à travers une membrane) montre que le carmin s'est diffusé à travers la paroi des vaisseaux, s'est répandu dans le tissu conjonctif intercellulaire, l'a coloré, et finalement est venu colorer le protoplasma et plus fortement le noyau des cellules ganglionnaires, donnant à ces cellules l'aspect de « fruits appendus » à la branche (des artérioles) au moyen d'un étroit pédoncule ».

» Je pense, surtout lorsqu'on réfléchit à ce que nous savions déjà, que ces deux expériences montrent qu'il faut rejeter, d'une manière absolue, le sinus artériel péri-cellulaire et le sinus veineux intra-cellulaire décrit par M. Adamkiewicz dans les cellules ganglionnaires. Du reste, relativement au sinus intra-cellulaire, il n'est nullement besoin de recourir à un procédé aussi long qu'une injection pour démontrer sa non-existence; il suffit de dissocier un peu brusquement dans n'importe quel liquide des cellules nerveuses, pour obtenir des noyaux libres, ce qui montre que le noyau est un corps plein et non une sphère creuse ⁽¹⁾. »

(¹) Cette Note a été faite au laboratoire d'Histologie du Collège de France.

PALÉONTOLOGIE. — *Observations sur l'appareil apical de quelques Échinides crétacés et tertiaires.* Note de M. MUNIER-CHALMAS, présentée par M. Hébert.

« L'importance de l'appareil apical, pour la classification des Échinides fossiles, a frappé depuis longtemps les paléontologistes. Les remarquables travaux de M. Cotteau sur les Échinides secondaires et tertiaires de France ont encore rendu ce fait plus évident. MM. Peron et Gauthier ont aussi contribué par leurs intéressantes recherches à faire connaître l'appareil apical des Échinides secondaires d'Algérie.

» Les nombreuses collections paléontologiques de la Sorbonne m'ont permis de faire sur ce sujet les observations suivantes.

» I. *Répartition des pores aquifères (hydrotrèmes) à la surface des plaques génitales et pseudo-ocellaires.*

» Chez les Échinides endocycles et exocycles des terrains secondaires et chez les Échinides des mers actuelles, il n'y a, comme on le sait, qu'une seule plaque génitale ⁽¹⁾ qui soit traversée par de petits canaux destinés à faire communiquer le canal aquifère (canal du sable) avec le milieu ambiant. Cette plaque, qui est toujours la génitale antérieure droite, permet d'orienter les Échinides endocycles.

» Il y a cependant quelques remarquables exceptions à cette règle, exceptions qui deviendront certainement de plus en plus nombreuses, à mesure que des recherches seront faites dans ce sens. M. Cotteau a déjà fait connaître, dans le Cénomanien d'Algérie, un Échinide endocycle, le *Micropedina Cotteaui* Coquand *sp.*, qui présente trois plaques génitales criblées, ayant à peu près la même disposition et les mêmes dimensions; de là l'impossibilité ou la grande difficulté de reconnaître la plaque antérieure droite (plaque criblée proprement dite).

» Dans les exocycles crétacés, les cas où l'on constate la présence de pores aquifères sur les autres génitales sont plus nombreux, mais la position du périprocte en dehors du cycle apical permet toujours de distinguer la plaque génitale antérieure droite de ses congénères. M. Cotteau a également fait connaître que le *Discoïdea infera* Des. présente des pores aquifères sur les cinq génitales. C'est un caractère spécifique que j'ai retrouvé sur tous les individus de cette espèce que j'ai pu étudier.

(1) Plaque criblée proprement dite.

MM. Peron et Gauthier ont aussi indiqué que, dans le *Discoidea cylindrica* Ag. du Cénomanien de France et d'Algérie, on retrouve la même disposition; le fait est rigoureusement exact.

» J'ai constaté dans le genre *Echinoconus* une structure analogue.

» L'*Echinoconus subrotundus* d'Orb., qui est si abondant dans l'étage turo-nien, présente de nombreux individus dont les pores aquifères sont répartis soit sur les quatre plaques génitales, soit sur trois, sur deux ou bien sur une seule. Dans ce cas, le nombre des plaques criblées est un caractère purement individuel.

» J'ai encore trouvé une disposition analogue dans les *Echinoconus conicus* et *Rothomagensis* d'Orb.

» Je dois encore signaler une espèce nouvelle d'*Holastes* appartenant aux collections de l'École des Mines, qui a des pores aquifères sur les quatre plaques génitales.

» Mais le type qui paraît s'écarter le plus de la règle ordinaire est certainement le genre *Hemipneustes*. Les pores aquifères sont plus petits que dans les genres voisins et se trouvent disséminés, non seulement sur deux ou sur quatre génitales, mais encore sur les trois plaques pseudo-ocellaires antérieures. Cette disposition ⁽¹⁾ est très facile à constater dans l'*Hemipneustes radiatus* Ag. du Danien de Maestricht. L'*Hemipneustes pyrenaicus* Hébert et l'*Hemipneustes Leymeriei* Hébert offrent également les mêmes caractères. Cette disposition paraît donc devoir se retrouver dans toutes les espèces du genre ⁽²⁾.

» Il résulte en outre, des différentes observations que j'ai pu faire, que les pores aquifères ont comme point de départ de leur extension la plaque génitale antérieure droite. Ils se répandent à partir de là sur les autres plaques génitales et sur les trois plaques pseudo-ocellaires antérieures qui sont, par leur position, en rapport plus ou moins immédiat avec la plaque criblée proprement dite.

» L'observation démontre aussi que, lorsqu'il n'y a qu'une seule plaque criblée, il n'y a pas concentration des pores aquifères sur cette plaque, mais bien disparition de ceux qui sont sur les autres génitales.

(1) Quenstedt, dans ses *Recherches sur les Echinides fossiles*, avait déjà fait remarquer que les plaques pseudo-ocellaires antérieures étaient poreuses, mais sans préciser la nature ni le rôle des pores.

(2) Il est probable qu'il en sera de même pour les *Hemipneustes africanus* et *Delettrei* Coq., appartenant au Danien d'Algérie et figurés dans l'intéressant travail de MM. Peron et Gauthier.

» Comme exemple, je citerai un individu d'*Echinoconus subrotundus* d'Orb. avec quatre plaques génitales criblées, ayant environ un total de *trois cent soixante-dix* pores aquifères; un second exemplaire, ne présentant que trois plaques criblées, avait *deux cent cinquante* pores, tandis que la moyenne des pores dans les individus qui n'ont qu'une seule plaque criblée est de *quatre-vingt-dix à cent dix*. Les autres espèces donnent des résultats du même ordre. On peut déduire de ces faits que, pendant la période crétacée, un certain nombre d'*Échinides endocycles et exocycles* présentaient des pores aquifères sur une, deux, trois, quatre ou cinq de leurs plaques génitales et sur au moins trois de leurs plaques pseudo-ocellaires antérieures.

» Ces caractères doivent être considérés, suivant les cas, comme génériques, spécifiques ou individuels.

» II. *Disposition des ouvertures génitales.*

» Le nombre des pores génitaux a une grande importance générique dans les *Échinides* tertiaires et crétacés dont je m'occupe dans cette Note.

» Plusieurs genres, très communs dans les collections, ont été décrits et figurés soit en France, soit à l'étranger, comme ayant *quatre ouvertures génitales*, tandis qu'en réalité il n'en existe que *trois ou seulement deux*.

A. — *Genres ayant seulement trois pores génitaux.*

» 1. *Isaster* Desor. — Dans ce genre, dont on ne connaît encore qu'une seule espèce provenant du Danien des Pyrénées, l'appareil apical présente seulement trois pores génitaux, la plaque criblée en étant complètement dépourvue.

» 2. *Isopneustes* Pomel. — Ce type, très voisin des *Cyclaster*, renferme cinq ou six espèces sénoniennes et daniennes qui ont été recueillies par M. Hébert dans les Pyrénées; elles présentent le même nombre de pores génitaux que dans les *Isaster*.

» 3. *Cyclaster* Cotteau. — Les huit ou dix espèces de ce groupe sont toutes tertiaires, les pores génitaux sont également toujours *au nombre de trois*.

» 4. *Pericosmus* Agassiz. — Ce genre, très répandu dans les terrains tertiaires, a été également indiqué à tort comme ayant quatre pores génitaux; il n'y en a en réalité *que trois*. La plaque criblée qui en est dépourvue traverse l'appareil apical; ce caractère l'éloigne des trois premiers genres dont je viens de parler.

B. — *Genres ayant seulement deux pores génitaux.*

» 5. *Ditremaster* Munier-Chalmas. L'*Hemiasster nux* Desor, si répandu dans l'Éocène moyen des Alpes, a toujours passé pour avoir quatre pores génitaux; il n'en présente en réalité que deux, situés sur les plaques génitales postérieures, ce qui modifie sensiblement la forme de son appareil apical. L'*Hem. Covazii* de l'Éocène moyen d'Istrie est dans

le même cas. Il est probable qu'une grande partie, sinon la totalité des *Hemiasper ecènes*, doivent rentrer dans les *Ditremaster*.

» On voit que dans les Échinides que je viens de passer en revue, lorsqu'un premier pore génital disparaît, c'est celui de la plaque criblée proprement dite, et que, lorsqu'un second vient également à manquer, c'est celui qui se trouve situé sur la plaque génitale antérieure opposée (gauche). Il en résulte nécessairement que la disposition symétrique des pores génitaux par rapport au plan général de construction se rétablit. »

COSMOLOGIE. — *Observation d'un bolide.* Note de M. STANISLAS MEUNIER.

« Passant ce soir, mercredi 18 novembre, à 6^h30^m, au coin de la rue Linné et de la rue des Boulangers, et me dirigeant vers la Pitié, je vis apparaître un beau bolide. Il se montra dans le sud-sud-est, au voisinage de la Lune, en ce moment peu éloignée de son plein, et présenta la forme d'un corps non régulièrement circulaire, dont le diamètre apparent excédait sensiblement celui de Vénus. Il me sembla complètement blanc : son éclat était plus vif que celui de la Lune et des nombreux becs de gaz entre lesquels je le voyais. Le météore n'était pas à plus de 40° au-dessus de l'horizon ; il descendit avec une lenteur des plus remarquables vers le sud, en suivant une pente de 45° environ. Plusieurs étincelles très blanches tombèrent derrière lui. Il disparut, masqué par les maisons, et je n'entendis aucun bruit. »

ASTRONOMIE. — *Sur l'essaim de météores qui pourra accompagner le passage de la Terre par le nœud descendant de la comète de Biela, le 27 novembre.*

Extrait d'une Lettre de M. ZENKER à M. Faye.

« Permettez-moi d'appeler votre attention sur le 27 novembre 1885, jour de passage de la Terre par le nœud descendant de la comète de Biela. D'après les éléments de cette comète donnés par divers astronomes, il n'est pas certain, mais très possible, que la Terre y rencontre, comme en 1872, une partie plus dense de la comète, et qu'elle en reçoive une foule de météores.

» Nous préparons ici une observation de ce phénomène au moyen de la photographie. Deux appareils presque identiques seront placés à une distance de quelques kilomètres, dirigés parallèlement vers une partie du ciel située à 50° ou 60° du point de rayonnement (défini par $\alpha = 23^\circ$; $\delta = 43^\circ,3$). Devant l'un des appareils, un disque de carton à fentes sera mis en mouvement de manière à intercepter la lumière dix fois par seconde. Les lignes noires, tracées par les météores lumineux sur la plaque négative, seront divisées en parties correspondant à des fractions de temps de $\frac{1}{10}$ de seconde. On pourra ainsi déterminer stéréométriquement la trajectoire des météores et leur vitesse à chaque instant.

» Il est à souhaiter que des expériences semblables soient effectuées en des points très distants, pour éviter les insuccès causés par le mauvais temps. On fera bien de diriger les

instruments vers le nord et de prendre une ligne de position ouest-est. Des observations spectroscopiques pourront peut-être également fournir quelques résultats. »

M. H. PARINAUD adresse une nouvelle réplique à la Réponse qui lui avait été faite par **M. Charpentier**, à propos des fonctions des éléments rétiens.

« L'opinion que j'ai émise en 1881, dit M. Parinaud, sur le rôle des bâtonnets et des cônes, n'est pas une opinion « toute théorique ». Elle est fondée sur les caractères du trouble visuel de l'héméralopie ⁽¹⁾. Nulle expérience physiologique n'est plus précise et plus féconde en déductions que l'analyse de ce fait clinique. Velardi, après moi, a tiré du même fait des conséquences physiologiques analogues. Au surplus, j'ai confirmé mes conclusions par des recherches purement expérimentales ⁽²⁾. »

» Quant à l'existence de deux modes de perception distincte dans l'appareil visuel, je ferai remarquer qu'il s'agit ici d'une question bien déterminée, se prêtant à l'expérimentation directe, et qui est la suivante : « Il y a deux espèces de sensibilité à la lumière, en rapport avec deux processus d'impression. L'une, celle des bâtonnets, dont l'excitation se fait » par l'intermédiaire du pourpre, nous donne des sensations purement lumineuses et plus ou moins diffuses. L'autre, celle des cônes, nous donne » à la fois des sensations lumineuses et colorées, et sert également à la » perception des formes. » M. Charpentier n'a pas établi cette distinction avant moi : on en peut trouver les preuves dans la manière dont il s'exprime, quand il commence à en parler, trois ans après ma Communication. ...

» En ce qui concerne le pourpre visuel, sans méconnaître que l'on a dit beaucoup de choses avant moi sur ce sujet, je crois avoir été le premier à en préciser les fonctions, en montrant que sa lésion produit l'héméralopie; qu'il n'intervient que dans l'un des modes de sensibilité à la lumière; que son rôle, d'ailleurs secondaire, est en rapport avec l'accommodation rétienne et la vision nocturne; que les animaux qui en sont dépourvus sont héméralopes. »

(¹) *L'Héméralopie dans les affections du foie* (*Arch. gén. de Méd.*, avril 1881). — *L'Héméralopie et les fonctions du pourpre visuel* (Note à l'Académie du 1^{er} août 1881).

(²) Note à l'Académie du 24 novembre 1884.

M. ÉMILE CARTAILHAC adresse, par l'entremise de M. de Quatrefages, une Réponse à la Note présentée par MM. Martel et de Launay « sur des fragments de crânes humains et un débris de poterie, contemporains de l'*Ursus spelæus* ».

« Cette Note, dit M. Cartailhac, comprend deux parties. Dans l'une, les auteurs décrivent la fouille qu'ils viennent de faire à Nabriguas; dans l'autre, ils se préoccupent de l'existence de la poterie à l'âge de la pierre taillée, et m'accusent de l'avoir « systématiquement contestée ».

» Je connais la poterie trouvée en 1835 par feu M. Joly. Elle est cuite au feu; elle est pareille aux spécimens de poterie recueillis dans les stations ou sépultures néolithiques, soit aux environs immédiats de Nabriguas, soit dans maintes localités françaises. J'ai souvent examiné le crâne d'ours qui était associé à ce fond de vase; rien ne prouve que la blessure de ce crâne soit due à un instrument tranchant, on va plus loin, à un silex taillé.

» J'ai visité plusieurs fois la grotte de Nabriguas; je l'ai trouvée pareille aux autres cavernes qui ont servi de repaires aux ours, aux lions et aux hyènes, et dans lesquelles les eaux ont joué un rôle considérable. Pendant toute la durée des temps quaternaires, elles ont été soumises aux retours subits et irréguliers des courants d'eau. Il va de soi que l'on n'a pas besoin de trouver des graviers et des cailloux roulés pour admettre ces inondations venues par en haut ⁽¹⁾, qui apportèrent en général un limon jaune particulier, dans lequel sont accumulés les os entraînés et les squelettes des animaux surpris et noyés. Ce que j'ai vu à Nabriguas m'a prouvé que les eaux, même après l'époque quaternaire, ont opéré des remaniements dans les dépôts qui recouvrent le sol et remplissent certaines poches.

» Si cette caverne était seule à nous fournir des renseignements sur le quaternaire, sur l'homme et son industrie à l'époque préhistorique, nous dirions simplement que peut-être les ossements humains, les poteries, les restes de grands ours sont contemporains. Mais les gisements abondent; les documents qu'ils nous ont livrés permettent le contrôle. . . . Nous savons aujourd'hui que l'homme habitait la France en même temps que l'*Ursus spelæus*, depuis les débuts au moins de l'époque quaternaire; mais, s'il s'est mesuré souvent avec ce carnassier, s'il s'est nourri de sa chair,

(¹) Il ne serait pas impossible que la Jonte, à l'origine, à la fin du pliocène ou peu après, soit montée au niveau de la caverne. J'ai constaté sur plusieurs points, presque à cette hauteur, des lits de conglomérats, en roches anciennes venues de loin. La vallée est entièrement calcaire.

paré de ses canines, il reste peu probable qu'il ait vécu avec lui. Sans doute, l'ancre de Nabriguas, jusqu'à la disparition du dernier grand ours, fut un endroit soigneusement évité. Plus tard cette grotte, comme d'autres de la vallée de la Jonte, abrita nos ancêtres de l'âge de la pierre polie et fut même choisie pour servir de caveau funéraire....

» MM. Martel et de Launay me reprochent de contester « systématiquement » l'ancienneté des poteries des grottes belges. Lorsque je visitai pour la première fois le splendide Muséum que M. Dupont a organisé pour la Belgique, j'étudiai avec un soin tout spécial les morceaux de vases extraits des dépôts des cavernes : les uns étaient ornés de stries élégantes, d'autres avaient été fabriqués au tour. On y remarquait également des os d'animaux domestiques, tout à fait dépayés dans les collections quaternaires. Or, plus tard, en 1875, ces échantillons ne figuraient plus dans les vitrines, l'erreur était reconnue.

» Quant au vase du *trou du Frontal*, à Furfooz, il appartient à un type qu'on a trouvé dans la grotte purement néolithique de Cravanche-Belfort et ailleurs, dans les mêmes conditions. Il a toute la valeur d'une médaille ou d'un monument épigraphique qui porterait sa date.

» En revanche, toutes les grandes stations de l'âge du renne ou plus anciennes ont fourni des résultats négatifs; leurs couches si profondes, leurs foyers si riches en objets de tous genres, explorés publiquement avec un soin parfait, n'ont révélé aucun fait à l'appui de l'existence de l'industrie du potier de terre à l'âge de la pierre taillée, industrie qui récemment encore était inconnue à certaines populations. »

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures trois quarts.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 23 NOVEMBRE 1885.

Administration des Douanes. Tarif officiel des Douanes de France; premier fascicule. Paris, Imprim. nationale, 1885; 1 vol. in-4°.

Nouvelle réfutation générale des théories appelées cinétiques; par G.-A. HIRN. Paris, Gauthier-Villars, 1886; in-4°.

L'avenir du dynamisme dans les Sciences physiques; par G.-A. HIRN. Paris, Gauthier-Villars, 1886; in-4°.

Recherches expérimentales et analytiques sur les lois de l'écoulement et du choc des gaz en fonction de la température; par G.-A. HIRN. Paris, Gauthier-Villars, 1886; in-4°.

Le monde des atomes; par WILFRID DE FONVIELLE. Paris, Hachette, 1885; 1 vol. in-12.

Nouvelle flore du Tarn et de la région toulousaine; par J. BEL. Albi, H. Amalric, 1885; 1 vol. in-12.

Paléontologie française. 1^{re} série : Animaux invertébrés; liv. I. Paris, G. Masson, 1885; in-8°. (Présenté par M. Hébert.)

D^r A. TRIPIER. *Electrologie médicale. Précis thérapeutique et instrumental*. Paris, J.-B. Baillière et A. Gaiffe, 1885; in-8°.

Théorie de la mécanique, de la forme et de la charpente ovoïde et ses applications dans la navigation aquatique et aérienne, etc.; par HUREL. Rouen, imp. Alexandre, 1885; br. in-8°.

Statistique des chemins de fer de l'Europe pour l'année 1882 et résultats généraux de cette statistique pour l'exercice 1883. Vienne, Impr. impériale royale, 1885; in-8°.

The Proceedings of the Linnean Society of New South Wales; vol. X, june-july 1885. Sydney, Cunninghame, 1885; 2 vol. in-8°.

Proceedings of the Birmingham philosophical Society; vol. IV, Part II. Birmingham, 1885; in-8°.

Doine si strigaturi din ardeal date la iveala de D^r JOAN URBAN JARNIK SI ANDREI BARSEANU. Bucuresci, 1885; in-12.

ERRATA.

(Séance du 2 novembre 1885.)

Page 860, ligne 12, après le mot fournir ajouter : si l'on n'admet pas dans les types les répétitions éventuelles d'un ou de plusieurs nombres.

Même page, ligne 16 : au lieu de $\sigma - \sigma' = 0$, lisez $\pi = s - s' = 0$.

Même page, lignes 21, et 2 en remontant : avoir égard à l'addition faite ci-dessus ligne 12.